Quantificateurs généralisés

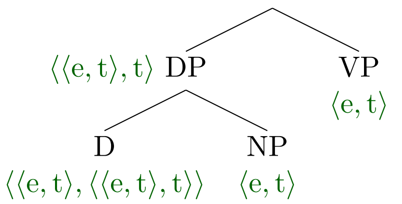
Sémantique M1, L. Roussarie

2014

1 Rappel : le type des déterminants

Montague (1973) : les DP sont de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, et donc les déterminants sont de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$.

(1)



Les déterminants dénotent des fonctions à deux arguments (de type $\langle e, t\rangle$), qui sont le prédicat nominal (NP) et le prédicat verbal (VP) :

(2) *tous les* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \forall x[[R(x)] \rightarrow [P(x)]]$;

(3) *un* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \exists x[[R(x)] \wedge [P(x)]]$;

(4) *aucun* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \forall x[[R(x)] \rightarrow \neg[P(x)]]$;

(5) *le* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P[P(\imath x[R(x)])]$;

Autrement dit, ils dénotent une **relation** entre la dénotation de deux prédicats, c'est-à-dire **entre deux ensembles** d'individus.

(6) *tous les* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \forall x[[R(x)] \rightarrow [P(x)]] \iff [\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subset [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;

(7) *un* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \exists x[[R(x)] \wedge [P(x)]] \iff [\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g} \neq \varnothing$;

(8) *aucun* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P \forall x[[R(x)] \rightarrow \neg[P(x)]] \iff [\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$;

(9) *le* $\rightsquigarrow \lambda R \lambda P[P(\imath x[R(x)])] \iff [\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est un singleton et $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subset [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

2 Quantificateurs généralisés

Barwise & Cooper (1981); Keenan & Stavi (1986); Westerståhl (1989)

Principe : Représentons les déterminants directement par des **constantes** (i.e. des prédicats/fonctions) de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$.

Ces constantes sont des **quantificateurs généralisés**.

C'est formellement équivalent, mais plus expressif.

Notation : Soit Q une constante de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ et R et P deux prédicats de type $\langle e, t\rangle$,

$$[[\mathsf{Q}(R)](P)]$$

est la représentation sémantique de la structure syntaxique :

$$[[\mathsf{Q}(R)](P)]$$

- DP
  - D: Q, $\lambda X \lambda Y [[\mathsf{Q}(X)](Y)]$
  - NP: R, $\lambda x\, R(x)$
- VP: P, $\lambda x\, P(x)$

On simplifiera la notation (exceptionnellement) en : $\mathsf{Q}(R)(P)$

Terminologie : Le premier argument, i.e. prédicat (nominal) R, s'appelle la **restriction** du quantificateur Q ; le second argument, i.e. le prédicat (verbal) P s'appelle la **portée nucléaire** (ou simplement portée) de Q.

Vers un grand inventaire. Comme on peut concevoir (mathématiquement) énormément de relations entre deux ensembles, on dispose (au moins potentiellement) d'une grande collection de quantificateurs généralisés, i.e. de déterminants.

(10) $[\![\mathbf{tout}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subset [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

(11) $[\![\mathbf{un}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g} \neq \varnothing$

(12) $[\![\mathbf{aucun}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$

(13) $[\![\mathbf{plupart}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| > |[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} - [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}|$
ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| > \frac{1}{2}|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}|$

(14) $[\![\mathbf{deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq 2$

(15) $[\![\mathbf{trois}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq 3$

(16) $[\![\mathbf{plusieurs}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| > 1$

(17) a. $[\![\mathbf{bcp_1}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq k|\mathcal{A}|$
b. $[\![\mathbf{bcp_2}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq k|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}|$
c. $[\![\mathbf{bcp_3}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq \frac{|[\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}|}{|\mathcal{A}|}|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}|$

(18) $[\![\mathbf{le}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subset [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ et $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}| = 1$

(19) $[\![\mathbf{les}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subset [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ et $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}| > 1$

(20) $[\![\mathbf{moiti\acute{e}}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \geq \frac{1}{2}|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}|$

(21) $[\![\mathbf{au.plus.}n(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| \leq n$

(22) $[\![\mathbf{moins.de.}n(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| < n$

(23) $[\![\mathbf{exactement.}n(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}| = n$

Compositionnalité. On a moins de β-réductions à effectuer, mais ce n'est pas grave.

(24) Tous les enfants dorment.
$\mathbf{tout}(\lambda x\, \mathbf{enfant}(x))(\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))$
ou
$\mathbf{tout}(\mathbf{enfant})(\mathbf{dormir})$

(25) Tous les élèves ont appris une poésie.

a. $\mathbf{tout}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x\, \mathbf{un}(\mathbf{po\acute{e}sie})(\lambda y\, \mathbf{apprendre}(x, y)))$
b. $\mathbf{un}(\mathbf{po\acute{e}sie})(\lambda y\, \mathbf{tout}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x\, \mathbf{apprendre}(x, y)))$

Et on a le droit de panacher :

(26) La plupart des élèves ont appris une poésie.

a. $\textbf{plupart}(\textbf{élève})(\lambda x \exists y[\textbf{poésie}(y) \wedge \textbf{apprendre}(x, y)])$

b. $\exists y[\textbf{poésie}(y) \wedge \textbf{plupart}(\textbf{élève})(\lambda x\, \textbf{apprendre}(x, y))]$

3 Quelques propriétés

Certaines propriétés de relations entre ensembles donnent lieu à des propriétés (ou caractéristiques) de déterminants.

Exemples.

Symétrie : Q est symétrique ssi $\mathsf{Q}(R)(P) \equiv \mathsf{Q}(P)(R)$

Les indéfinis (et seulement eux) sont symétriques.

(27) Un enfant dort
Il y a un enfant qui dort ≡ il y a un dormeur qui est un enfant

(28) Plusieurs enfants dorment ≡ Plusieurs dormeurs sont des enfants.

(29) Tous les enfants dorment ≢ Tous les dormeurs sont des enfants.

Conservativité : Q est conservatif ssi $\mathsf{Q}(R)(P) \equiv \mathsf{Q}(R)(R \cap P)$

Tous les déterminants des langues naturelles sont conservatifs.

Cela signifie qu'on n'a jamais besoin de regarder l'ensemble $P - R$.

(30) Un enfant dort ≡ Il y a un enfant qui est un enfant qui dort

(31) Tous les enfants dorment ≡ Tous les enfants sont des enfants qui dorment.

Seul n'est pas un déterminant :

(32) Seuls les enfants dorment ≢ Seuls les enfants sont des enfants qui dorment.

Car « seuls les enfants sont des enfants qui dorment » peut être vraie si des adultes dorment aussi.

Monotonie croissante à gauche. Supposons que $R \subseteq S$, alors Q est monotone croissant à gauche ssi $\mathsf{Q}(R)(P) \models \mathsf{Q}(S)(P)$.

Exemple : $[\![\textbf{éléphant}]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![\textbf{animal}]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

(33) Deux éléphants dorment ⊨ Deux animaux dorment.

(34) Tous les éléphants dorment ⊭ Tous les animaux dorment.

(35) Aucun éléphant ne dort ⊭ Aucun animal ne dort.

Monotonie décroissante à gauche. Supposons que $R \subseteq S$, alors Q est monotone décroissant à gauche ssi $\mathsf{Q}(S)(P) \models \mathsf{Q}(R)(P)$.

(36) Deux animaux dorment ⊭ Deux éléphants dorment.

(37) Tous les animaux dorment ⊨ Tous les éléphants dorment.

(38) Aucun animal ne dort ⊨ Aucun éléphant ne dort.

Monotonie croissante à droite. Supposons que $P \subseteq S$, alors Q est monotone croissant à droite ssi $\mathsf{Q}(R)(P) \models \mathsf{Q}(R)(S)$.

Exemple : $[\![\textbf{boire-vodka}]\!]^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![\textbf{boire-alcool}]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

(39) Au moins deux invités boivent de la vodka ⊨ Au moins deux invités boivent de l'alcool.

(40) Tous les invités boivent de la vodka ⊨ Tous les invités boivent de l'alcool.

(41) Aucun invité ne boit de la vodka $\not\models$ Aucun invité ne boit de l'alcool.

(42) Au plus deux invités boivent de la vodka $\not\models$ Au plus deux invités boivent de l'alcool.

Monotonie décroissante à droite. Supposons que $P \subseteq S$, alors Q est monotone décroissant à droite ssi $\mathsf{Q}(R)(S) \models \mathsf{Q}(R)(P)$.

(43) Au moins deux invités boivent de l'alcool $\not\models$ Au moins deux invités boivent de la vodka.

(44) Tous les invités boivent de l'alcool $\not\models$ Tous les invités boivent de la vodka.

(45) Aucun invité ne boit de l'alcool $\models$ Aucun invité ne boit de la vodka.

(46) Au plus deux invités boivent de l'alcool $\models$ Au plus deux invités boivent de la vodka.

Généralisation : la propriété de monotonie (dé)croissante peut concerner d'autres environnements que les quantificateurs généralisés.

En général : si $\alpha \models \beta$, alors C est monotone décroissant ssi $C(\beta) \models C(\alpha)$.

NPI = *Negative Polarity Items* (termes à polarité négative)

Exemples : *any*, *ever*, *at all*, *quoi que ce soit*, *jamais*, *du tout*...

Ces termes sont légitimés sous la portée d'une négation. Mais pas seulement. Ils sont légitimés dans un environnement monotone décroissant Ladusaw (1980) :

(47) a. Tout élève qui aura compris quoi que ce soit à la conférence reviendra la semaine prochaine.

b. *Tout élève qui aura compris la conférence me demandera quoi que ce soit.

Références

Barwise, Jon et Cooper, Robin (1981). Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics & Philosophy*, 4, 159–219.

Keenan, Edward L. et Stavi, Jonathan (1986). A semantic characterization of natural language determiners. *Linguistics & Philosophy*, 9, 253–326.

Ladusaw, William A. (1980). On the notion *Affective* in the analysis of negative-polarity items. *Journal of Linguistic Research*, 1(2), 1–16.

Montague, Richard (1973). The proper treatment of quantification in ordinary English. In K. J. J. Hintikka, J. M. E. Moravcsik, et P. Suppes (éds.), *Approaches to Natural Language* (pp. 221–242). Dordrecht: Reidel.

Westerståhl, Dag (1989). Quantifiers in formal and natural languages. In D. Gabbay et F. Guenthner (éds.), *Handbook of Philosophical Logic*, vol. IV (pp. 1–131). Dordrecht: Reidel.