

# $\lambda$ -calcul et théorie des types

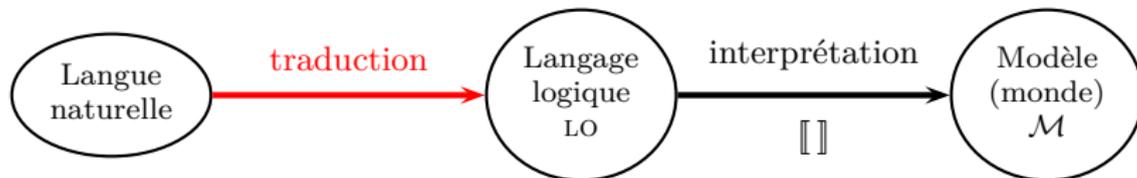
## Vers une interface syntaxe-sémantique

Laurent Roussarie

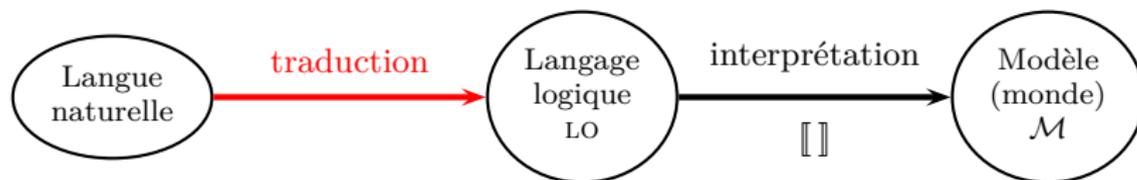
Sémantique, M1 LTD

2014

# Introduction



# Introduction



- **Objectif :** Se donner une système des règles qui permette d'obtenir "automatiquement" la représentation sémantique d'une phrase tout en restant compositionnel

# Construction du sens

Décorer les arbres

## Principe de compositionnalité

Le sens d'une expression est une fonction du sens de ses parties et de **sa structure syntaxique**.

- ☞ Notre système de règles va opérer sur des analyses syntaxique, c'est-à-dire des arbres.

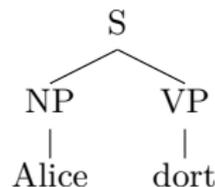
# Construction du sens

## Décorer les arbres

### Principe de compositionnalité

Le sens d'une expression est une fonction du sens de ses parties et de **sa structure syntaxique**.

- ☞ Notre système de règles va opérer sur des analyses syntaxique, c'est-à-dire des arbres.



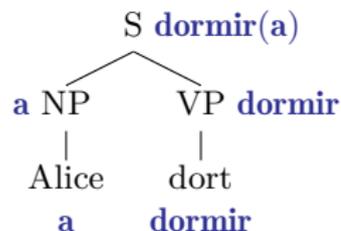
# Construction du sens

## Décorer les arbres

### Principe de compositionnalité

Le sens d'une expression est une fonction du sens de ses parties et de **sa structure syntaxique**.

- ☞ Notre système de règles va opérer sur des analyses syntaxique, c'est-à-dire des arbres.

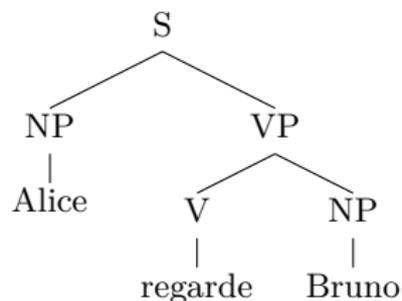


Enjeu : **Comment** passer “mécaniquement” des ingrédients (nœuds) au plat final (racine) ?

# Construction du sens

## Expressions non saturées

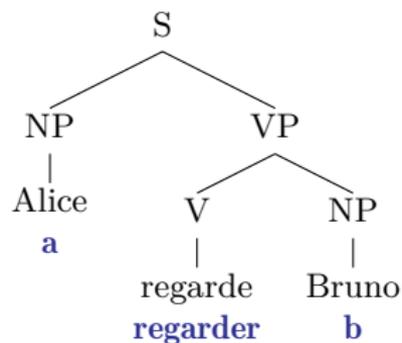
Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



# Construction du sens

## Expressions non saturées

Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.

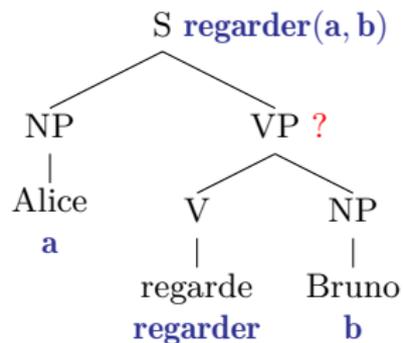




# Construction du sens

## Expressions non saturées

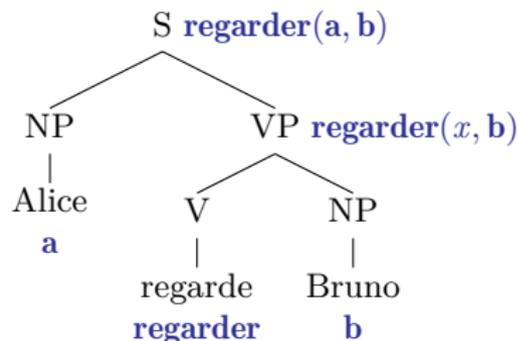
Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



# Construction du sens

## Expressions non saturées

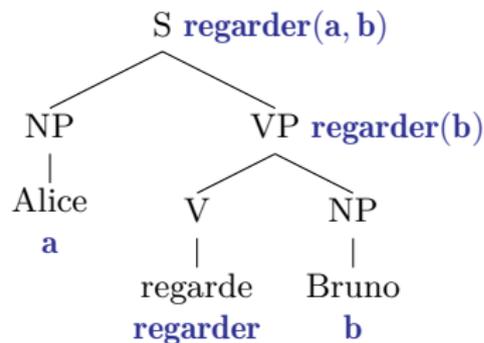
Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



# Construction du sens

## Expressions non saturées

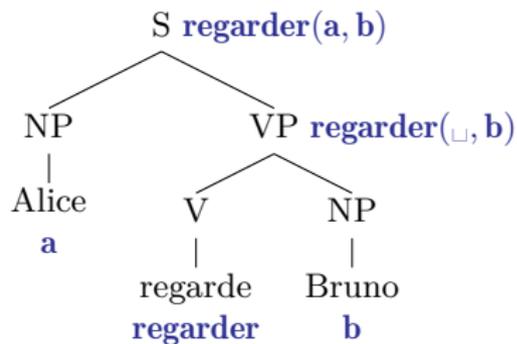
Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



# Construction du sens

## Expressions non saturées

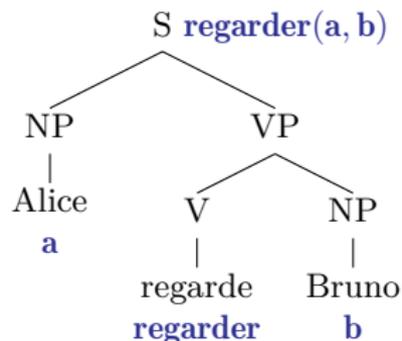
Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



# Construction du sens

## Expressions non saturées

Par compositionnalité, **tout constituant** interprétable doit avoir une représentation sémantique valide.



Allons voir ce que peut nous dire la sémantique de LO.

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à une place

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) = \text{l'ensemble de tous les dormeurs de } w.$



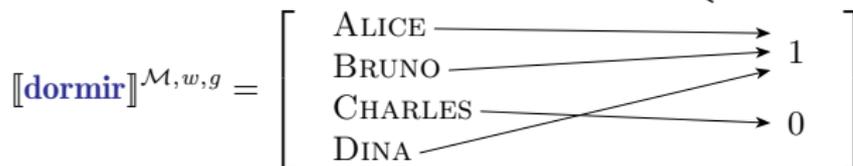
# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à une place

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) =$  l'ensemble de tous les dormeurs de  $w$ .

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) = \mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}$

$x \longmapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ dort dans } w \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$



# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à une place

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) =$  l'ensemble de tous les dormeurs de  $w$ .

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) = \mathcal{A} \longrightarrow \{0; 1\}$

$x \longmapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ dort dans } w \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

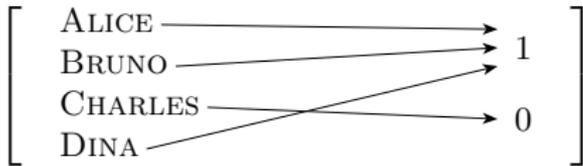
$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = \left[ \begin{array}{l} \text{ALICE} \longrightarrow \\ \text{BRUNO} \longrightarrow \\ \text{CHARLES} \longrightarrow \\ \text{DINA} \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] \equiv \left\{ \begin{array}{l} \text{ALICE ;} \\ \text{BRUNO ;} \\ \text{DINA} \end{array} \right\}$

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à une place

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) =$  l'ensemble de tous les dormeurs de  $w$ .

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = F(w, \text{dormir}) = \mathcal{A} \longrightarrow \{0; 1\}$   
 $x \longmapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ dort dans } w \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$\llbracket \text{dormir} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  

The diagram shows a mapping from names to truth values. On the left, a list of names is enclosed in large square brackets: ALICE, BRUNO, CHARLES, and DINA. On the right, the truth values 1 and 0 are also enclosed in large square brackets. Arrows indicate the mapping: ALICE points to 1, BRUNO points to 1, CHARLES points to 0, and DINA points to 0.

$\llbracket \text{Alice dort} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = ?$









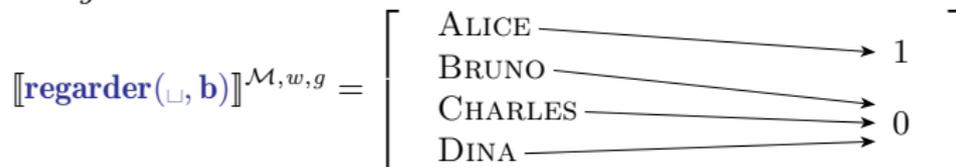
# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments

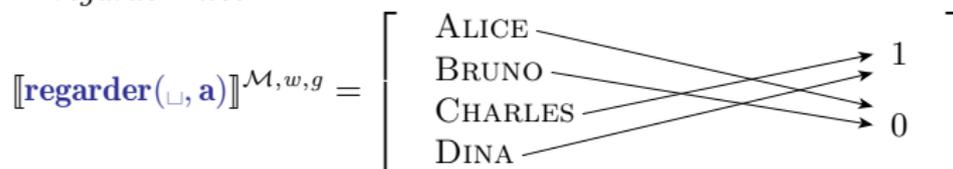
... regarde Bruno



# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments

... *regarde Alice*





# Les prédicats dénotent des fonctions

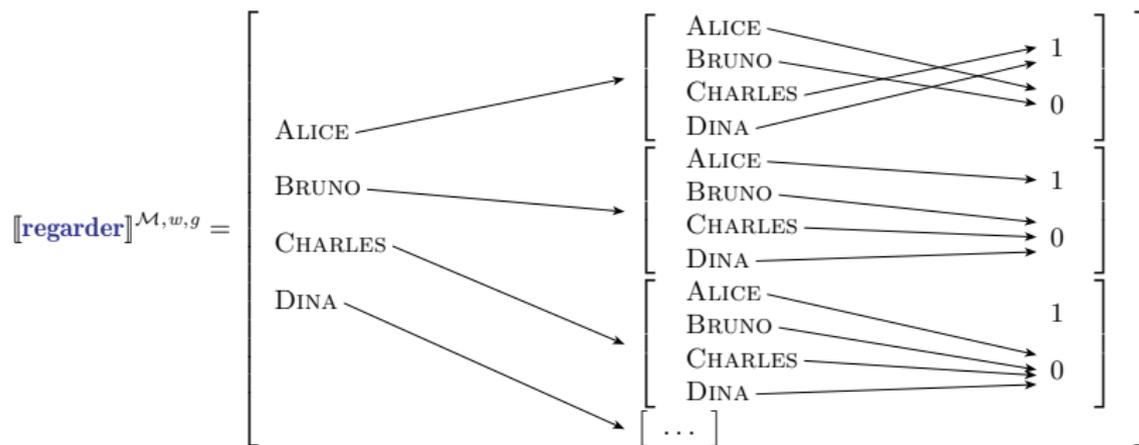
## Prédicats à deux arguments

... regarde ...

$$\llbracket \text{regarder} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = \left[ \begin{array}{l} \text{ALICE} \longrightarrow \text{« qui regarde ALICE ? »} \\ \text{BRUNO} \longrightarrow \text{« qui regarde BRUNO ? »} \\ \text{CHARLES} \longrightarrow \text{« qui regarde CHARLES ? »} \\ \text{DINA} \longrightarrow \text{« qui regarde DINA ? »} \end{array} \right]$$

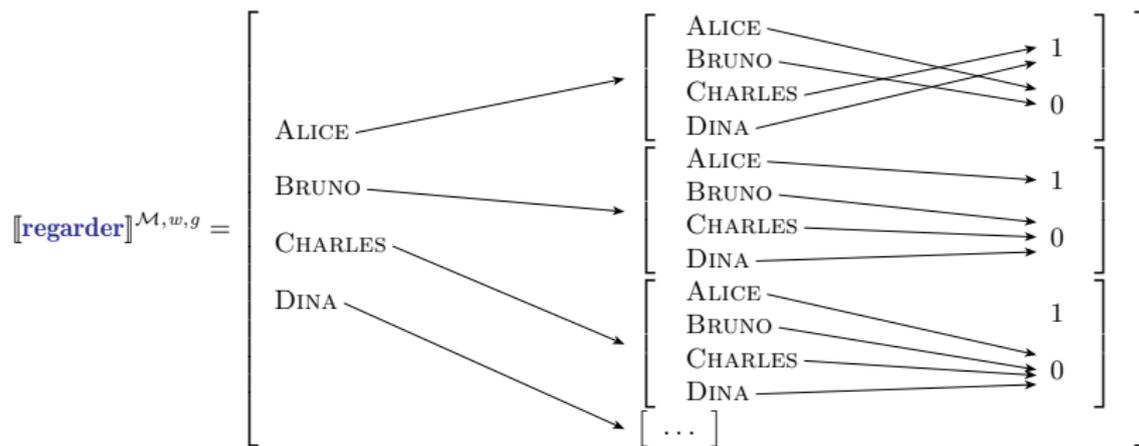
# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments



# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments

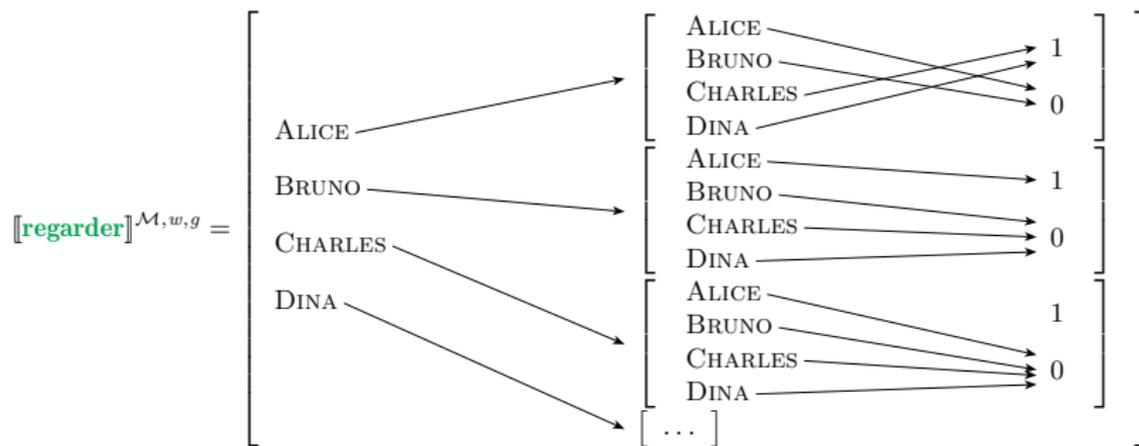


$\llbracket \text{Dina regarde Alice} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = ?$

$\llbracket \text{regarder}(d, a) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = ?$

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments



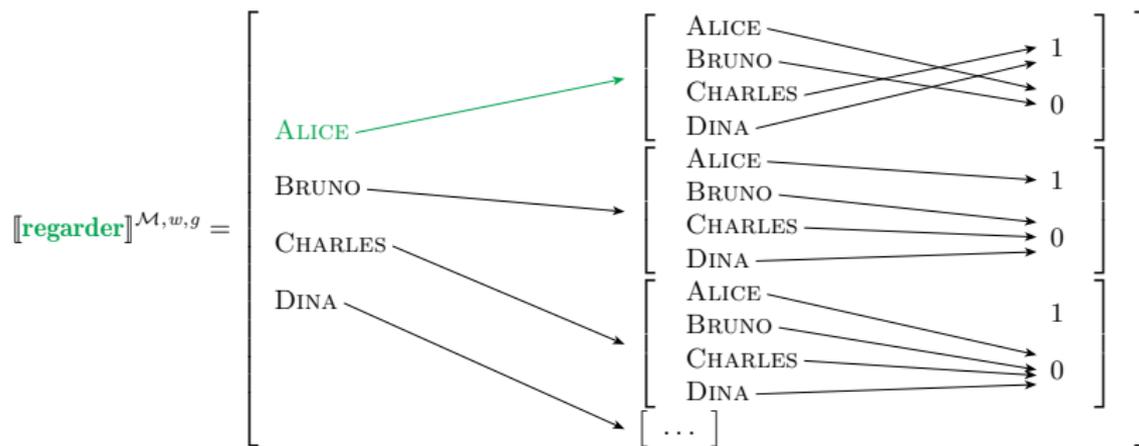
$[[Dina \text{ regarde } Alice]]^{\mathcal{M},w,g} = ?$

$[[\text{regarder}(d, a)]]^{\mathcal{M},w,g} = ?$

$[[\text{regarder}]]^{\mathcal{M},w,g}$

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments



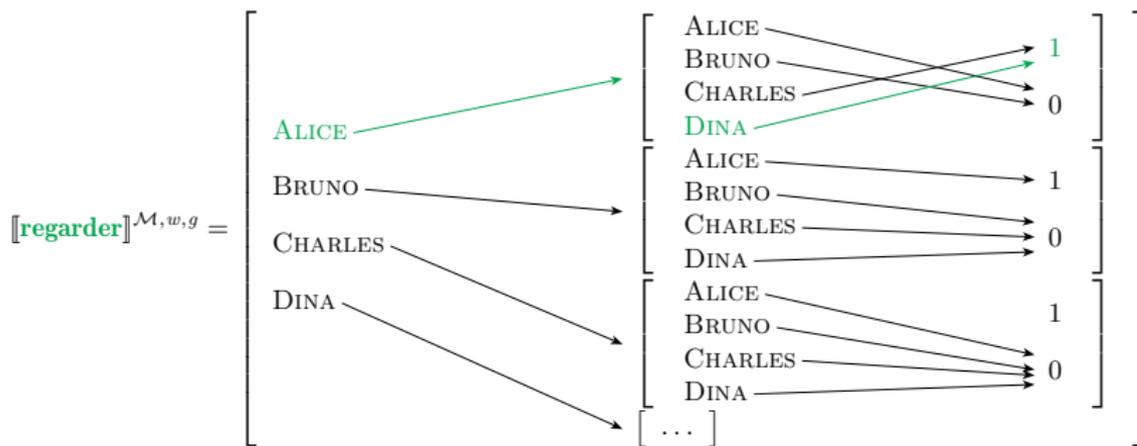
$\llbracket \text{Dina regarde Alice} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = ?$

$\llbracket \text{regarder}(\mathbf{d}, \mathbf{a}) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = ?$

$\llbracket \text{regarder} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}(\llbracket \mathbf{a} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g})$

# Les prédicats dénotent des fonctions

## Prédicats à deux arguments



$$\llbracket \text{Dina regarde Alice} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$$

$$\llbracket \text{regarder}(\mathbf{d}, \mathbf{a}) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$$

$$\llbracket \text{regarder} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}(\llbracket \mathbf{a} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g})(\llbracket \mathbf{d} \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}) = 1$$

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

👉 On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

**dormir**( $x$ )

saturée

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x$  **dormir**( $x$ )                      désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque  $x$ ”

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x$  **dormir**( $x$ )                      désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque une valeur pour  $x$ ”

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x \text{ dormir}(x)$                       désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque une valeur pour  $x$ ”

- $\lambda$  : opérateur d'**abstraction**
- $\lambda$  s'applique à une variable (c'est un lieu)
- On appellera une expression qui commence par  $\lambda$  un **λ-terme**.

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x \text{ dormir}(x)$                       désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque une valeur pour  $x$ ”

- $\lambda$  : opérateur d'**abstraction**
- $\lambda$  s'applique à une variable (c'est un lieu)
- On appellera une expression qui commence par  $\lambda$  un **λ-terme**.

$\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y)$

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x$  **dormir**( $x$ )                      désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque une valeur pour  $x$ ”

- $\lambda$  : opérateur d'**abstraction**
- $\lambda$  s'applique à une variable (c'est un lieu)
- On appellera une expression qui commence par  $\lambda$  un **λ-terme**.

$\lambda y \lambda x$  **regarder**( $x, y$ )

[<sub>VP</sub> *regarde Bruno*]  $\rightsquigarrow \lambda x$  **regarder**( $x, \mathbf{b}$ )

# Retour à la syntaxe de LO

## Des trous dans les formules

Les prédicats = des formules incomplètes, non saturées

☞ On va écrire des formules “inachevées” en indiquant quels éléments manquent.

$\lambda x$  **dormir**( $x$ )                      désaturée

$\lambda x \approx$  “dans ce qui suit, il manque une valeur pour  $x$ ”

- $\lambda$  : opérateur d'**abstraction**
- $\lambda$  s'applique à une variable (c'est un lieu)
- On appellera une expression qui commence par  $\lambda$  un **λ-terme**.

$\lambda y \lambda x$  **regarder**( $x, y$ )

$[_{VP} \textit{regarde Bruno}] \rightsquigarrow \lambda x$  **regarder**( $x, \mathbf{b}$ )

Remarque :  $\lambda x$  **dormir**( $x$ )  $\equiv$  **dormir** et  $\lambda y \lambda x$  **regarder**( $x, y$ )  $\equiv$  **regarder**

# λ-abstraction

Une nouvelle règle syntaxique de LO

$\lambda x \text{ dormir}(x)$ ,  $\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y)$ ,  $\lambda x \text{ regarder}(x, \mathbf{b})$  sont des expressions bien formées de LO (mais pas des formules !)

# λ-abstraction

Une nouvelle règle syntaxique de LO

$\lambda x \text{ dormir}(x)$ ,  $\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y)$ ,  $\lambda x \text{ regarder}(x, \mathbf{b})$  sont des expressions bien formées de LO (mais pas des formules !)

## λ-abstraction

Si  $\alpha$  est une expression bien formée de LO et si  $v$  est une variable de LO, alors  $\lambda v \alpha$  est une expression bien formée de LO.

# λ-abstraction

Une nouvelle règle syntaxique de LO

$\lambda x \text{ dormir}(x)$ ,  $\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y)$ ,  $\lambda x \text{ regarder}(x, \mathbf{b})$  sont des expressions bien formées de LO (mais pas des formules !)

## λ-abstraction

Si  $\alpha$  est une expression bien formée de LO et si  $v$  est une variable de LO, alors  $\lambda v \alpha$  est une expression bien formée de LO.

Un  $\lambda \rightarrow$  prédicat à un argument,

Deux  $\lambda \rightarrow$  prédicat à deux arguments, etc.

donc  $\lambda x \text{ regarder}(x, \mathbf{b})$  est un prédicat à un argument (normal, c'est un VP)

# Types : catégories d'expressions de LO

## Types de base

Nous allons catégoriser les expressions de LO selon ce qu'elles dénotent dans le modèle.

Ces catégories s'appellent des **types**.

Une expression est bien formée si et seulement si elle a un type.

# Types : catégories d'expressions de LO

## Types de base

Nous allons catégoriser les expressions de LO selon ce qu'elles dénotent dans le modèle.

Ces catégories s'appellent des **types**.

Une expression est bien formée si et seulement si elle a un type.

- Les expressions qui dénotent des individus de  $\mathcal{A}$  sont de type **e**.  
Ce sont les termes.

# Types : catégories d'expressions de LO

## Types de base

Nous allons catégoriser les expressions de LO selon ce qu'elles dénotent dans le modèle.

Ces catégories s'appellent des **types**.

Une expression est bien formée si et seulement si elle a un type.

- Les expressions qui dénotent des individus de  $\mathcal{A}$  sont de type **e**.  
Ce sont les termes.
- Les expressions qui dénotent une valeur de vérité (1/0) sont de type **t**.  
Ce sont les formules.

# Types : catégories d'expressions de LO

## Types de base

Nous allons catégoriser les expressions de LO selon ce qu'elles dénotent dans le modèle.

Ces catégories s'appellent des **types**.

Une expression est bien formée si et seulement si elle a un type.

- Les expressions qui dénotent des individus de  $\mathcal{A}$  sont de type **e**.  
Ce sont les termes.
- Les expressions qui dénotent une valeur de vérité (1/0) sont de type **t**.  
Ce sont les formules.
- Et les autres expressions ? Les prédicats ?

# Types : catégories d'expressions de LO

## Types de base

Nous allons catégoriser les expressions de LO selon ce qu'elles dénotent dans le modèle.

Ces catégories s'appellent des **types**.

Une expression est bien formée si et seulement si elle a un type.

- Les expressions qui dénotent des individus de  $\mathcal{A}$  sont de type **e**.  
Ce sont les termes.
- Les expressions qui dénotent une valeur de vérité (1/0) sont de type **t**.  
Ce sont les formules.
- Et les autres expressions ? Les prédicats ?  
Ils dénotent des fonctions.

Interprétation des  $\lambda$ -termes

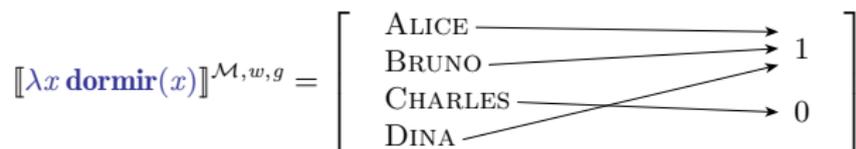
Les prédicats à un argument, comme **dormir** ou  $\lambda x \text{ dormir}(x)$  dénotent des fonctions de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ .

$$\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = \left[ \begin{array}{l} \text{ALICE} \longrightarrow 1 \\ \text{BRUNO} \longrightarrow 1 \\ \text{CHARLES} \longrightarrow 0 \\ \text{DINA} \longrightarrow 0 \end{array} \right]$$

- $\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  attend un argument qui est un individu et retourne comme résultat une valeur de vérité.
- $\lambda x \text{ dormir}(x)$  attend un argument de type  $e$  et donne comme résultat une expression qui est de type  $t$ , i.e. une formule.

Interprétation des  $\lambda$ -termes

Les prédicats à un argument, comme **dormir** ou  $\lambda x \text{ dormir}(x)$  dénotent des fonctions de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ .

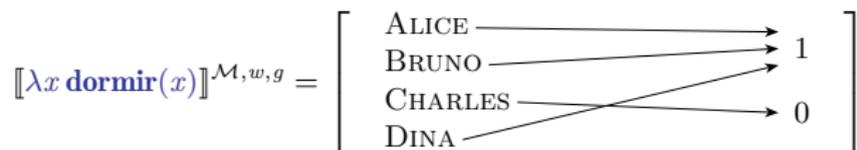


- $\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  attend un argument qui est un individu et retourne comme résultat une valeur de vérité.
- $\lambda x \text{ dormir}(x)$  attend un argument de type  $e$  et donne comme résultat une expression qui est de type  $t$ , i.e. une formule.

C'est une fonction de type  $e \rightarrow t$

Interprétation des  $\lambda$ -termes

Les prédicats à un argument, comme **dormir** ou  $\lambda x \text{ dormir}(x)$  dénotent des fonctions de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ .



- $\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  attend un argument qui est un individu et retourne comme résultat une valeur de vérité.
- $\lambda x \text{ dormir}(x)$  attend un argument de type  $e$  et donne comme résultat une expression qui est de type  $t$ , i.e. une formule.

C'est une fonction de type  $\langle e, t \rangle$

Interprétation des  $\lambda$ -termes

Les prédicats à un argument, comme **dormir** ou  $\lambda x \text{ dormir}(x)$  dénotent des fonctions de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ .

$$\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = \left[ \begin{array}{l} \text{ALICE} \longrightarrow 1 \\ \text{BRUNO} \longrightarrow 1 \\ \text{CHARLES} \longrightarrow 0 \\ \text{DINA} \longrightarrow 0 \end{array} \right]$$

- $\llbracket \lambda x \text{ dormir}(x) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  attend un argument qui est un individu et retourne comme résultat une valeur de vérité.
- $\lambda x \text{ dormir}(x)$  attend un argument de type  $e$  et donne comme résultat une expression qui est de type  $t$ , i.e. une formule.

C'est une fonction de type  $\langle e, t \rangle$

$\langle e, t \rangle$  = type des expressions qui dénotent une fonction dont l'argument est de type  $e$  et le résultat est de type  $t$ .

# Type fonctionnel

## Type fonctionnel

Si  $a$  et  $b$  sont deux types, alors  $\langle a, b \rangle$  est aussi un type.

# Type fonctionnel

## Type fonctionnel

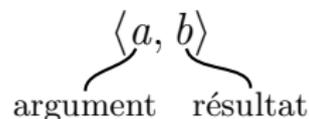
Si  $a$  et  $b$  sont deux types, alors  $\langle a, b \rangle$  est aussi un type. C'est le type des expressions qui dénotent des fonctions dont l'argument est de type  $a$  et le résultat de type  $b$ .

# Type fonctionnel

## Type fonctionnel

Si  $a$  et  $b$  sont deux types, alors  $\langle a, b \rangle$  est aussi un type. C'est le type des expressions qui dénotent des fonctions dont l'argument est de type  $a$  et le résultat de type  $b$ .

Les types fonctionnels sont toujours binaires (malgré les apparences).

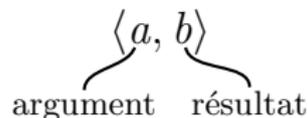


# Type fonctionnel

## Type fonctionnel

Si  $a$  et  $b$  sont deux types, alors  $\langle a, b \rangle$  est aussi un type. C'est le type des expressions qui dénotent des fonctions dont l'argument est de type  $a$  et le résultat de type  $b$ .

Les types fonctionnels sont toujours binaires (malgré les apparences).



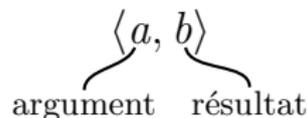
Donc techniquement les expressions fonctionnelles (i.e. les prédicats) de LO dénotent toujours des fonctions à 1 argument

# Type fonctionnel

## Type fonctionnel

Si  $a$  et  $b$  sont deux types, alors  $\langle a, b \rangle$  est aussi un type. C'est le type des expressions qui dénotent des fonctions dont l'argument est de type  $a$  et le résultat de type  $b$ .

Les types fonctionnels sont toujours binaires (malgré les apparences).

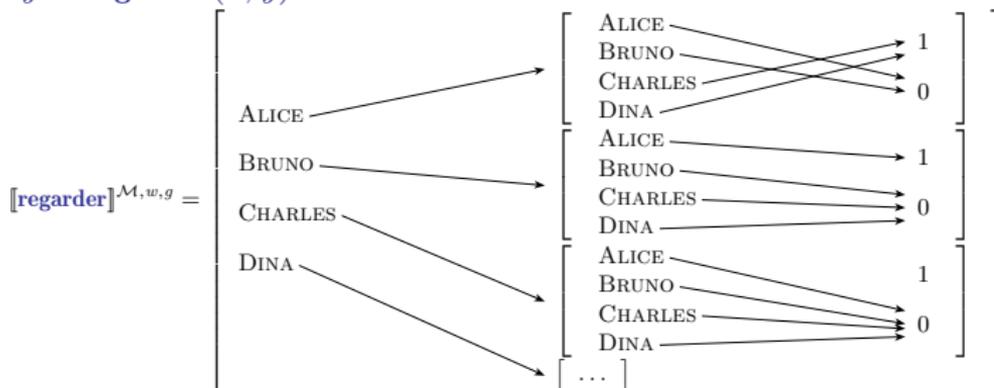


Donc techniquement les expressions fonctionnelles (i.e. les prédicats) de LO dénotent toujours des fonctions à 1 argument (... à la fois).

## Prédicats à deux arguments

Un prédicat à deux arguments dénote une fonction qui lorsqu'on lui donne un argument de type  $e$ , renvoie une fonction de type  $\langle e, t \rangle$ .

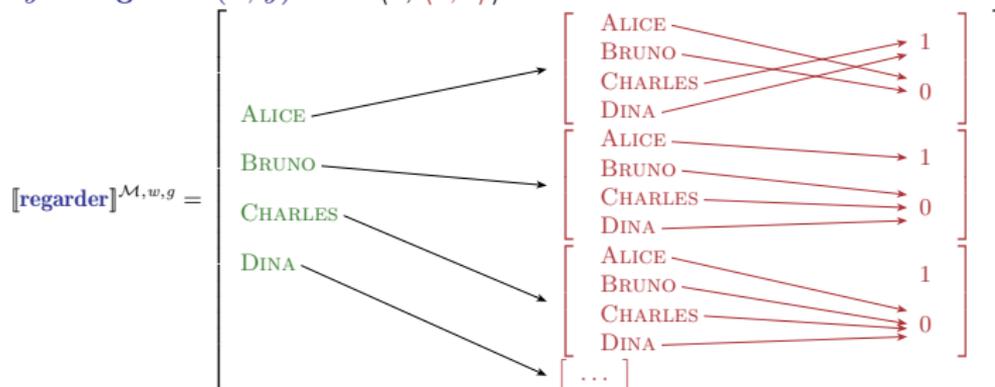
$\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y)$



## Prédicats à deux arguments

Un prédicat à deux arguments dénote une fonction qui lorsqu'on lui donne un argument de type  $e$ , renvoie une fonction de type  $\langle e, t \rangle$ .

$\lambda y \lambda x \text{ regarder}(x, y) \quad \langle e, \langle e, t \rangle \rangle$



## Des fonctions dans le modèle

On conçoit une grande variété de fonctions dans un modèle donné.

type	dénotation : fonction	expressions de LO
$\langle e, t \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	prédicat à 1 place
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\})$	prédicat à 2 places
$\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}))$	prédicat à 3 places
$\langle t, t \rangle$	$\{0 ; 1\} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	opérateur logique (comme $\neg$ )
$\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$	$(\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}) \longrightarrow \{0 ; 1\}$	ensemble de prédicats à 1 place

## Des fonctions dans le modèle

On conçoit une grande variété de fonctions dans un modèle donné.

type	dénotation : fonction	expressions de LO
$\langle e, t \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	prédicat à 1 place
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\})$	prédicat à 2 places
$\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}))$	prédicat à 3 places
$\langle t, t \rangle$	$\{0 ; 1\} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	opérateur logique (comme $\neg$ )
$\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$	$(\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}) \longrightarrow \{0 ; 1\}$	ensemble de prédicats à 1 place

Rappel : la dénotation d'une expression de type  $\langle e, t \rangle$  peut aussi être vue comme un **ensemble** d'individus.

## Des fonctions dans le modèle

On conçoit une grande variété de fonctions dans un modèle donné.

type	dénotation : fonction	expressions de LO
$\langle e, t \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	prédicat à 1 place
$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\})$	prédicat à 2 places
$\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$	$\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow (\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}))$	prédicat à 3 places
$\langle t, t \rangle$	$\{0 ; 1\} \longrightarrow \{0 ; 1\}$	opérateur logique (comme $\neg$ )
$\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$	$(\mathcal{A} \longrightarrow \{0 ; 1\}) \longrightarrow \{0 ; 1\}$	ensemble de prédicats à 1 place

Rappel : la dénotation d'une expression de type  $\langle e, t \rangle$  peut aussi être vue comme un **ensemble** d'individus.

De manière générale : on assimile la dénotation de toute expression de type  $\langle a, t \rangle$  à un ensemble d'objets qui sont de type  $a$ .

# La fabrique de fonctions

## Anatomie d'un $\lambda$ -terme

Révision de la règle syntaxique (cf. règle (Syn.7))

### $\lambda$ -abstraction

Si  $\alpha$  est une expression de type  $a$  dans LO et si  $v$  est une variable de type  $b$ , alors  $\lambda v \alpha$  est une expression bien formée de type  $\langle b, a \rangle$ .

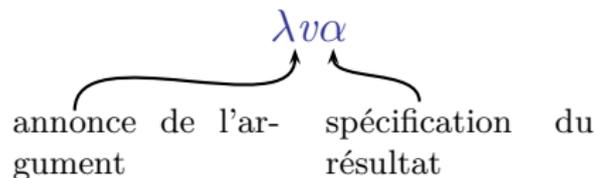
# La fabrique de fonctions

## Anatomie d'un $\lambda$ -terme

Révision de la règle syntaxique (cf. règle (Syn.7))

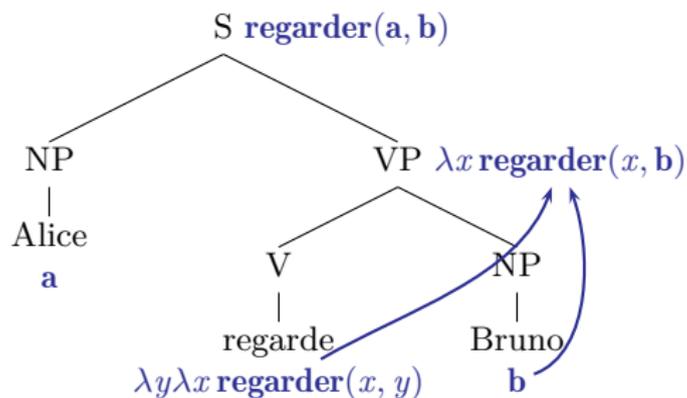
### $\lambda$ -abstraction

Si  $\alpha$  est une expression de type  $a$  dans LO et si  $v$  est une variable de type  $b$ , alors  $\lambda v \alpha$  est une expression bien formée de type  $\langle b, a \rangle$ .



C'est une règle qui complexifie les types.

# Composition des formules



Méthode : on construit la représentation sémantique d'un nœud à partir de la représentation des nœuds qu'il domine directement.

# Application fonctionnelle

## Nourrir les fonctions

Une fonction, par essence, attend qu'on lui donne un argument.  
On va lui en donner.

# Application fonctionnelle

## Nourrir les fonctions

Une fonction, par essence, attend qu'on lui donne un argument.  
On va lui en donner.

 $\gamma$ fonction  $\gamma$

# Application fonctionnelle

## Nourrir les fonctions

Une fonction, par essence, attend qu'on lui donne un argument.  
On va lui en donner.

$$[\gamma(\beta)]$$

On fournit  $\beta$  comme argument à la fonction  $\gamma$

# Application fonctionnelle

## Nourrir les fonctions

Une fonction, par essence, attend qu'on lui donne un argument.  
On va lui en donner.

### Application fonctionnelle (dans LO)

Si  $\gamma$  est de type  $\langle b, a \rangle$  et si  $\beta$  est de type  $b$ , alors  $[\gamma(\beta)]$  est de type  $a$ .

$$[\gamma(\beta)]$$

On fournit  $\beta$  comme argument à la fonction  $\gamma$

Je ne peux pas donner n'importe quel type d'argument à n'importe quel type de fonction.

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

$\gamma$

Fonction à 2 arguments

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

$$[\gamma(\beta)]$$

Fonction à 1 argument

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

$$[[\gamma(\beta)](\delta)]$$

Fonction à 0 argument (saturée)

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

$$[[\gamma(\beta)](\delta)]$$

Fonction à 0 argument (saturée)

### Simplification d'écriture

On s'autorisera à simplifier toute notation  $[[\gamma(\beta)](\delta)]$  en  $\gamma(\delta, \beta)$ .

# Application fonctionnelle

## Plusieurs arguments

Si  $\gamma$  attend plusieurs arguments :

$$[[\gamma(\beta)](\delta)]$$

Fonction à 0 argument (saturée)

### Simplification d'écriture

On s'autorisera à simplifier toute notation  $[[\gamma(\beta)](\delta)]$  en  $\gamma(\delta, \beta)$ .

De manière générale, on simplifie  $[[[[\gamma(\beta_1)](\beta_2)] \dots ](\beta_n)]$  en

$\gamma(\beta_n, \dots, \beta_2, \beta_1)$ .

# Application fonctionnelle

## Opération à tout faire

Hypothèse : pour tout sous-arbre X

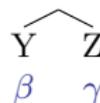


un des constituants est une fonction et l'autre son argument

# Application fonctionnelle

## Opération à tout faire

Hypothèse : pour tout sous-arbre  $X [\beta(\gamma)]$

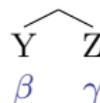


un des constituants est une fonction et l'autre son argument

# Application fonctionnelle

## Opération à tout faire

Hypothèse : pour tout sous-arbre  $X [\gamma(\beta)]$

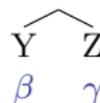


un des constituants est une fonction et l'autre son argument

# Application fonctionnelle

## Opération à tout faire

Hypothèse : pour tout sous-arbre  $X \ [\gamma(\beta)]$



un des constituants est une fonction et l'autre son argument

### Schéma général

Règle syntaxique :  $X \rightarrow Y \ Z$

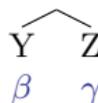
Règle sémantique :  $[\beta(\gamma)] \leftarrow \beta \ \gamma$

ou  $[\gamma(\beta)] \leftarrow \beta \ \gamma$

# Application fonctionnelle

## Opération à tout faire

Hypothèse : pour tout sous-arbre  $X [\gamma(\beta)]$



un des constituants est une fonction et l'autre son argument

### Schéma général

Règle syntaxique :  $X \rightarrow Y Z$

Règle sémantique :  $[\beta(\gamma)] \leftarrow \beta \gamma$

ou  $[\gamma(\beta)] \leftarrow \beta \gamma$

Exemples :

$VP \rightarrow V NP$

$[\beta(\gamma)] \leftarrow \beta \gamma$

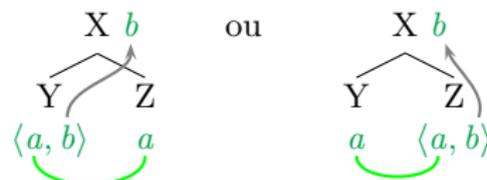
$S \rightarrow NP VP$

$[\gamma(\beta)] \leftarrow \beta \gamma$

C'est grâce aux types que l'on sait qui est la fonction et qui est l'argument.

# Composition sémantique guidée par les types

Puisqu'il faut respecter la règle (Syn.2), la composition sémantique ne peut se faire que dans les configurations suivantes :



Sauf si on se donne une autre règle de composition...

## Exemples de calcul de types

$$\lambda P \lambda x [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e, t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle}$$

## Exemples de calcul de types

$$\lambda P \lambda x [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e,t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e,t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e,t \rangle, \langle e,t \rangle \rangle}$$

$$\lambda x \lambda P [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{x}_e \lambda \underbrace{P}_{\langle e,t \rangle} \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle \langle e,t \rangle, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle e, \langle \langle e,t \rangle, t \rangle \rangle}$$

## Exemples de calcul de types

$$\lambda P \lambda x [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e, t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle}$$

$$\lambda x \lambda P [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{x}_e \lambda \underbrace{P}_{\langle e, t \rangle} \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle e, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle}$$

$$\lambda P \lambda x^\wedge [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e, t \rangle} \lambda \underbrace{x^\wedge}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle s, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e, \langle s, t \rangle \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e, t \rangle, \langle e, \langle s, t \rangle \rangle \rangle}$$

## Exemples de calcul de types

$$\lambda P \lambda x [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e,t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e,t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e,t \rangle, \langle e,t \rangle \rangle}$$

$$\lambda x \lambda P [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{x}_e \lambda \underbrace{P}_{\langle e,t \rangle} \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle \langle e,t \rangle, t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle e, \langle \langle e,t \rangle, t \rangle \rangle}$$

$$\lambda P \lambda x^\wedge [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P}_{\langle e,t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{^\wedge [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle s,t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle e, \langle s,t \rangle \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e,t \rangle, \langle e, \langle s,t \rangle \rangle \rangle}$$

$$\lambda P^\wedge \lambda x [\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$$

$$\lambda \underbrace{P^\wedge}_{\langle e,t \rangle} \lambda \underbrace{x}_e \underbrace{[\text{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_t$$

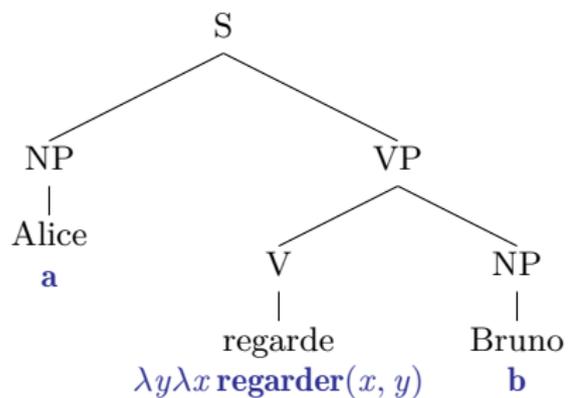
$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\langle e,t \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle s, \langle e,t \rangle \rangle}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\langle \langle e,t \rangle, \langle s, \langle e,t \rangle \rangle \rangle}$$

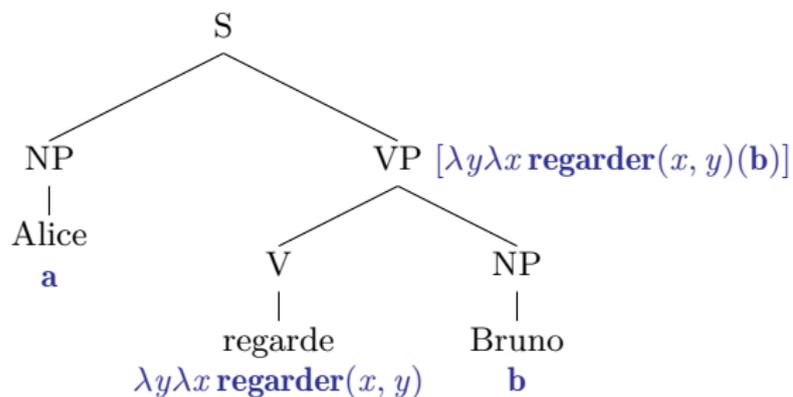
## Exemple

Retour à notre arbre



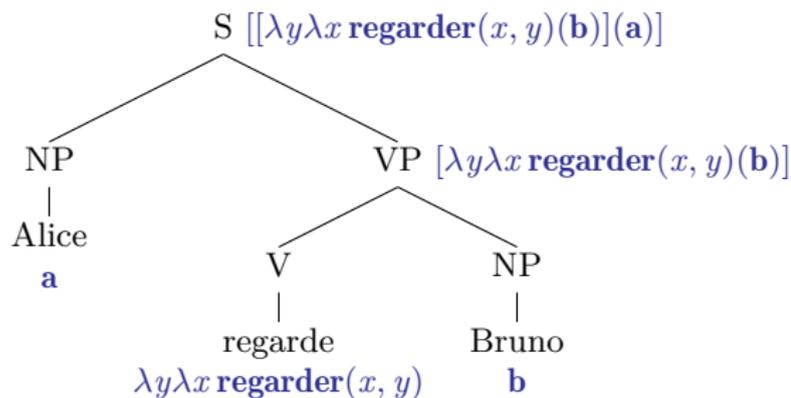
## Exemple

Retour à notre arbre



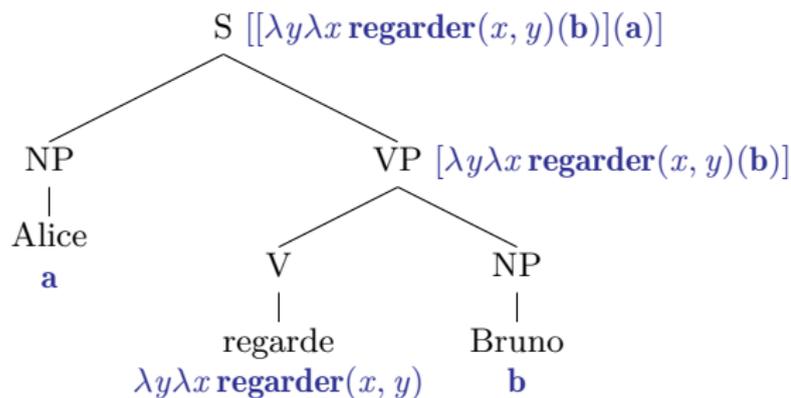
## Exemple

Retour à notre arbre



## Exemple

Retour à notre arbre



Pas exactement ce qu'on attendait, mais c'est l'analyse correcte.

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

$$[\lambda v \alpha(\beta)]$$

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

$$\lambda v \alpha(\beta)$$

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

$$\alpha(\beta)$$

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

$\beta/v$   


# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v]\alpha$

où  $[\beta/v]\alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

$\beta/v$

$\alpha$

# $\lambda$ -conversion / $\beta$ -réduction

Une règle de simplification sémantique et graphique

## $\beta$ -réduction

$[\lambda v \alpha(\beta)]$  est équivalent à  $[\beta/v] \alpha$

où  $[\beta/v] \alpha$  est l'expression  $\alpha$  où on a remplacé toutes les occurrences libres de  $v$  par  $\beta$ .

En pratique :

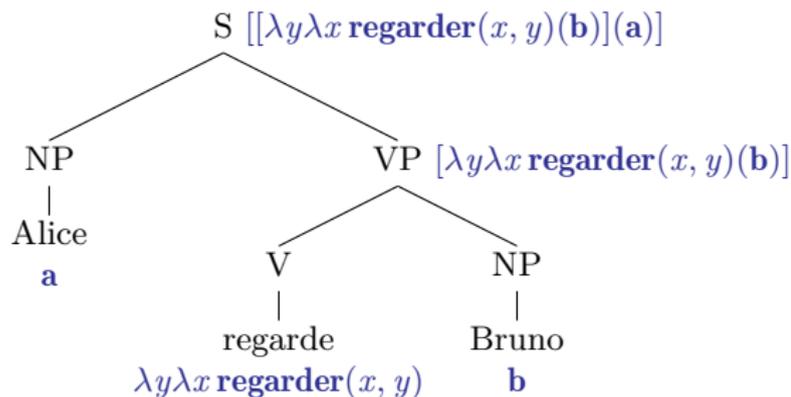
$\beta/v$

$\alpha$

Attention : pour appliquer la  $\beta$ -réduction, il est indispensable de reconnaître **exactement** le schéma  $[\lambda v \dots (\dots)]$

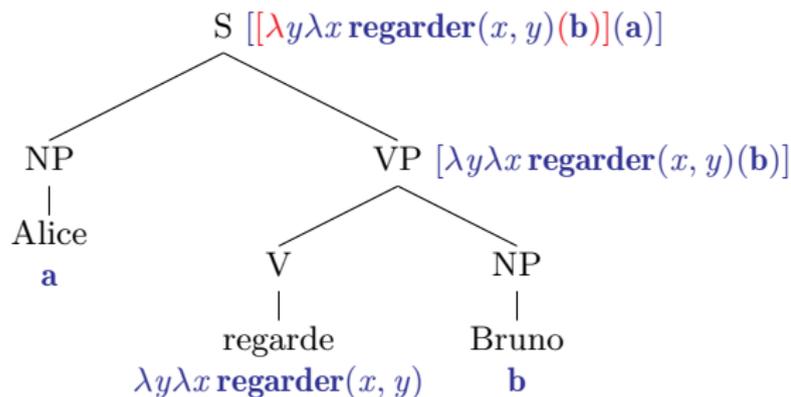
## Exemple

Pour en finir avec notre arbre



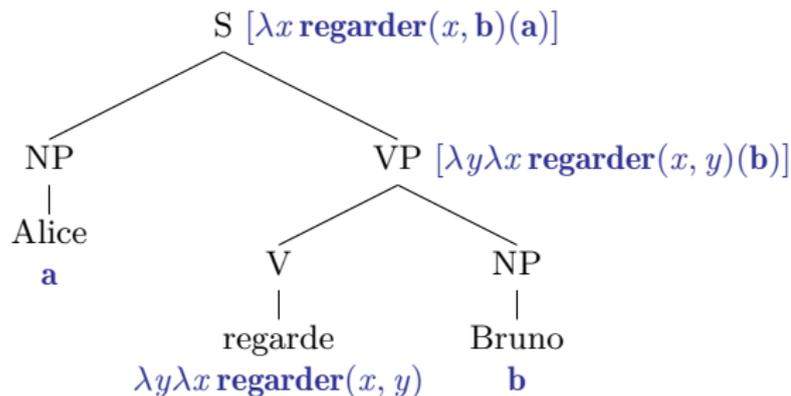
## Exemple

Pour en finir avec notre arbre



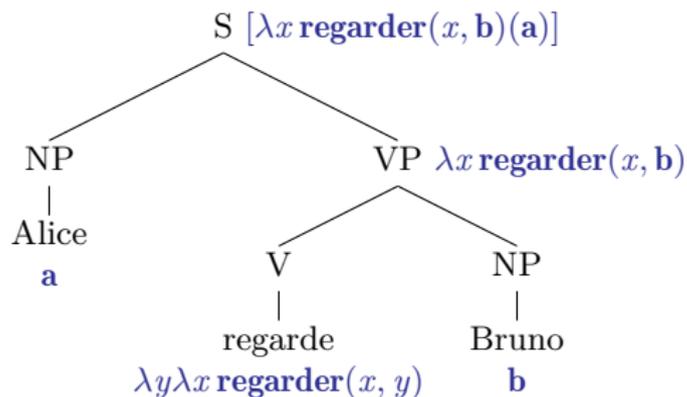
## Exemple

Pour en finir avec notre arbre



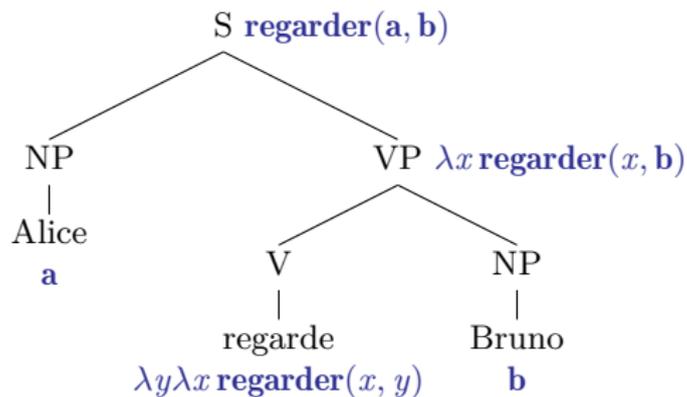
## Exemple

Pour en finir avec notre arbre



## Exemple

Pour en finir avec notre arbre



# Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

$$\bullet \llbracket \lambda x \exists y \text{ regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$$

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- $\llbracket \lambda x \exists y \text{ regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  = la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{ regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- $\llbracket [\lambda x \exists y \text{ regarder}(x, y)(z)] \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- ④  $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- ④  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ④ Confirmé par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(z, y)$

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- ④  $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- ④  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ④ Confirmé par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(z, y)$
- ④ Le calcul (2) vaut pour n'importe quel argument donné au  $\lambda$ -terme :  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $y$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- ④  $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- ⑤  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ⑥ Confirmé par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(z, y)$
- ④ Le calcul (2) vaut pour n'importe quel argument donné au  $\lambda$ -terme :  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $y$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ⑥ Mais par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(y, y)$

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- ④  $\llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- ⑤  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ⑥ Confirmé par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(z, y)$
- ④ Le calcul (2) vaut pour n'importe quel argument donné au  $\lambda$ -terme :  $\llbracket \llbracket \lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(y) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi la dénotation de  $y$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ⑥ **Mais** par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(y, y)$   
ce qui signifie que *quelqu'un se regarde lui-même!*

## Limitation de la $\beta$ -réduction

Un (des deux) cas de figures où la réduction est interdite

- ①  $[[\lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)]^{\mathcal{M}, w, g}] =$  la fonction qui pour toute valeur de  $x$  nous renvoie la dénotation de  $\exists y \text{regarder}(x, y)$  par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $w$  (elle retourne 1 ssi  $x$  regarde quelqu'un)
- ②  $[[[\lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(z)]]^{\mathcal{M}, w, g}] = 1$  ssi la dénotation de  $z$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ③ Confirmé par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(z, y)$
- ④ Le calcul (2) vaut pour n'importe quel argument donné au  $\lambda$ -terme :  $[[[\lambda x \exists y \text{regarder}(x, y)(y)]]^{\mathcal{M}, w, g}] = 1$  ssi la dénotation de  $y$  est un individu qui regarde quelqu'un dans  $w$ .
- ⑤ **Mais** par  $\beta$ -réduction :  $\exists y \text{regarder}(y, y)$   
ce qui signifie que *quelqu'un se regarde lui-même!*

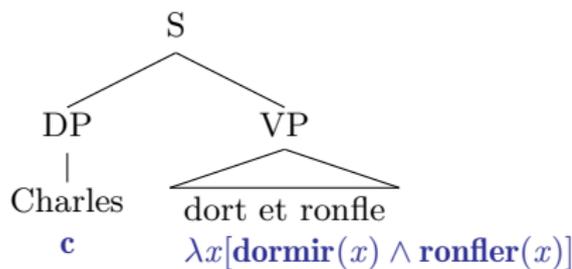
### Contrainte sur la $\beta$ -réduction

Soit  $[\alpha(\gamma)]$  une application fonctionnelle. Une variable libre dans  $\gamma$  ne doit pas se retrouver liée dans  $\alpha$  après  $\beta$ -réduction.



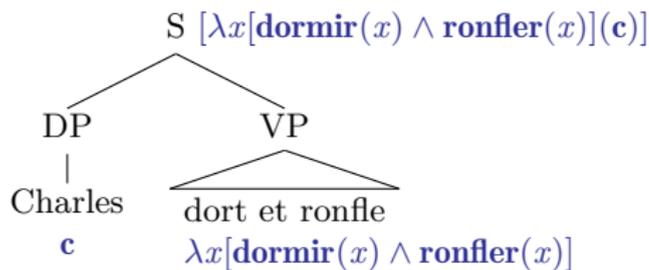
# Application à la coordination de VP

(1) Charles dort et ronfle.



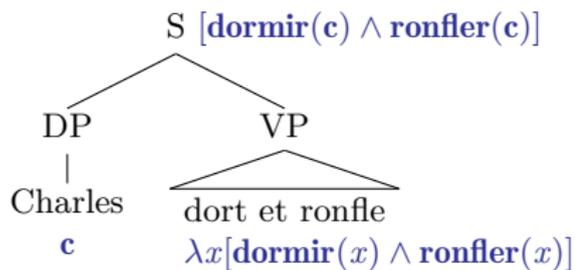
## Application à la coordination de VP

(1) Charles dort et ronfle.



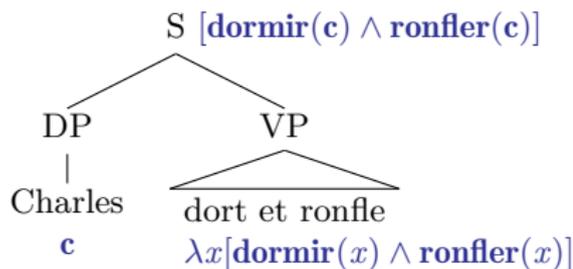
## Application à la coordination de VP

(1) Charles dort et ronfle.



## Application à la coordination de VP

(1) Charles dort et ronfle.



On a introduit  $c$  une seule fois.

# Variables pour tous les types

Vers un ordre supérieur

- On va se donner des variables de n'importe quel type.

# Variables pour tous les types

Vers un ordre supérieur

- On va se donner des variables de n'importe quel type.
- Ex : soit  $P$  une variable de type  $\langle e, t \rangle$ . C'est une variable de prédicat.

# Variables pour tous les types

Vers un ordre supérieur

- On va se donner des variables de n'importe quel type.
- Ex : soit  $P$  une variable de type  $\langle e, t \rangle$ . C'est une variable de prédicat.
- Pour n'importe quel type, on sait quel genre d'*objet* dénote toute expression de ce type (une entité, une valeur de vérité, ou une fonction).
- Donc pour toute variable d'un type donné,  $g$  lui assignera une valeur appropriée.  
 $g(P) =$  une fonction de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ , ou, plus simplement, un sous-ensemble de  $\mathcal{A}$ .

# Variabes pour tous les types

Vers un ordre supérieur

- On va se donner des variables de n'importe quel type.
- Ex : soit  $P$  une variable de type  $\langle e, t \rangle$ . C'est une variable de prédicat.
- Pour n'importe quel type, on sait quel genre d'*objet* dénote toute expression de ce type (une entité, une valeur de vérité, ou une fonction).
- Donc pour toute variable d'un type donné,  $g$  lui assignera une valeur appropriée.  
 $g(P)$  = une fonction de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ , ou, plus simplement, un sous-ensemble de  $\mathcal{A}$ .
- Autre exemple :  
 Si  $p$  et  $q$  sont des variables de type  $t$ ,  $g(p) = 0$  ou  $1$  ; idem pour  $g(q)$ .

# Variabes pour tous les types

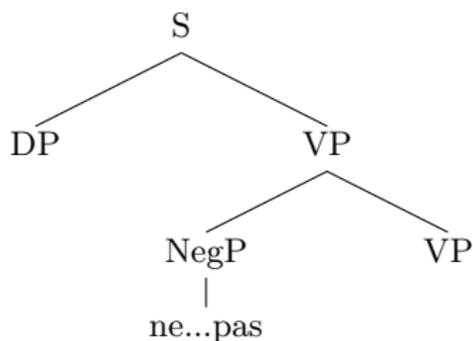
Vers un ordre supérieur

- On va se donner des variables de n'importe quel type.
- Ex : soit  $P$  une variable de type  $\langle e, t \rangle$ . C'est une variable de prédicat.
- Pour n'importe quel type, on sait quel genre d'*objet* dénote toute expression de ce type (une entité, une valeur de vérité, ou une fonction).
- Donc pour toute variable d'un type donné,  $g$  lui assignera une valeur appropriée.  
 $g(P)$  = une fonction de  $\mathcal{A}$  vers  $\{0 ; 1\}$ , ou, plus simplement, un sous-ensemble de  $\mathcal{A}$ .
- Autre exemple :  
 Si  $p$  et  $q$  sont des variables de type  $t$ ,  $g(p) = 0$  ou  $1$  ; idem pour  $g(q)$ .  
 Et on peut écrire le  $\lambda$ -terme :  
 $\lambda p \lambda q [p \wedge q]$

## Exemples

## La négation

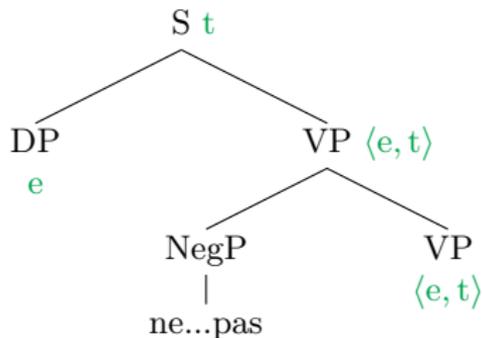
(2) Alice ne dort pas.



## Exemples

## La négation

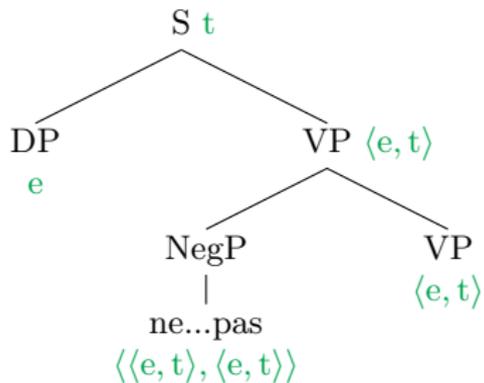
(2) Alice ne dort pas.



## Exemples

## La négation

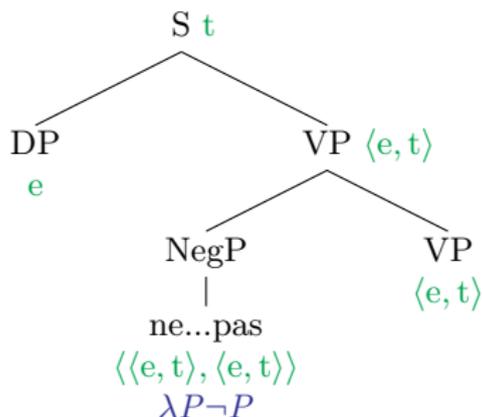
(2) Alice ne dort pas.



## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

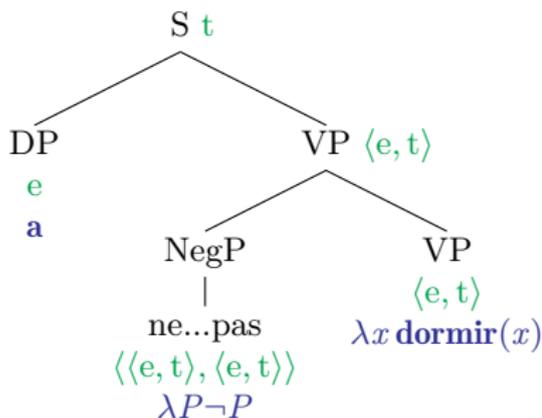


1er essai :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \neg P$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

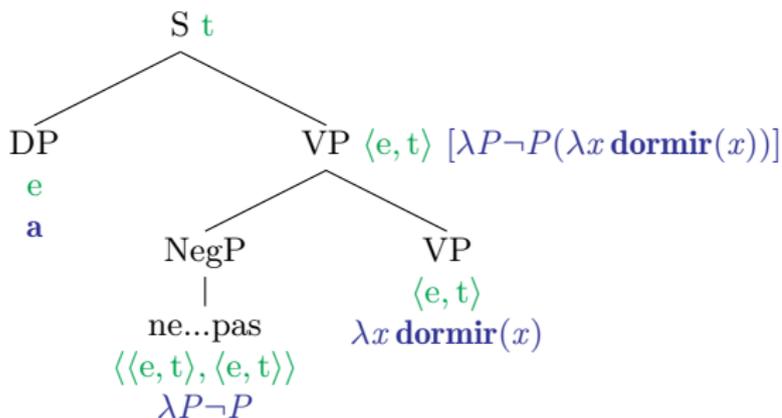


1er essai :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \neg P$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

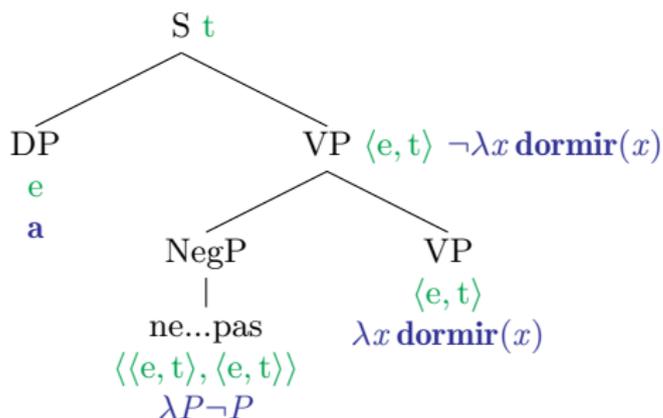


1er essai :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \neg P$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

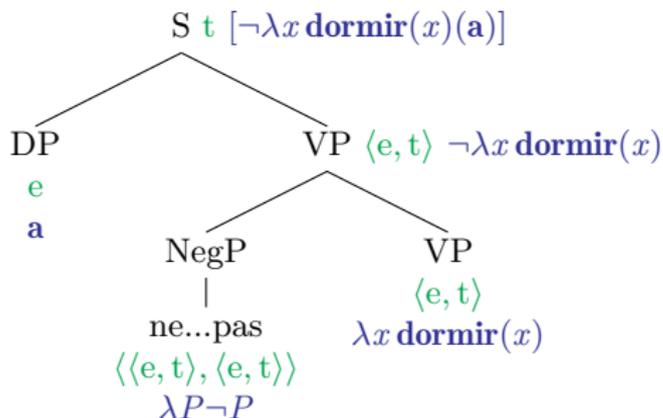


1er essai :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \neg P$

## Exemples

## La négation

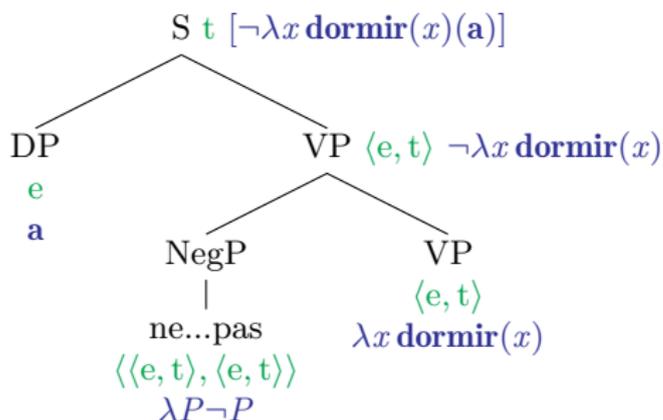
(2) Alice ne dort pas.

1er essai :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \neg P$

## Exemples

## La négation

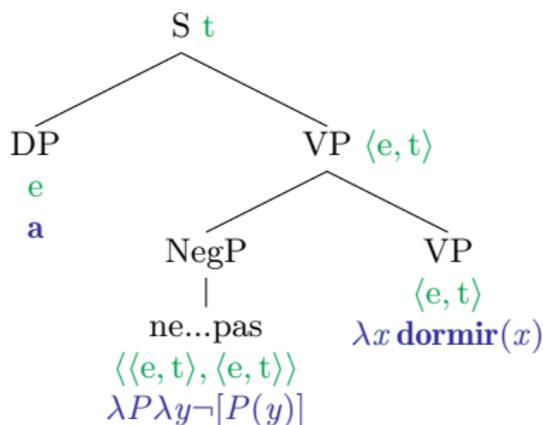
(2) Alice ne dort pas.

1er essai : NegP  $\rightsquigarrow$   $\lambda P\neg P$  $P$  est de type  $\langle e, t \rangle$ !! Pas le droit d'écrire  $\neg P$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

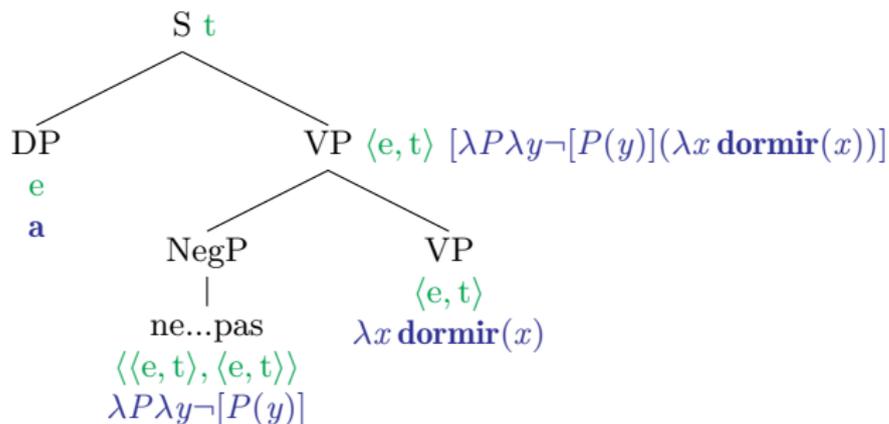


Version correcte : NegP  $\rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

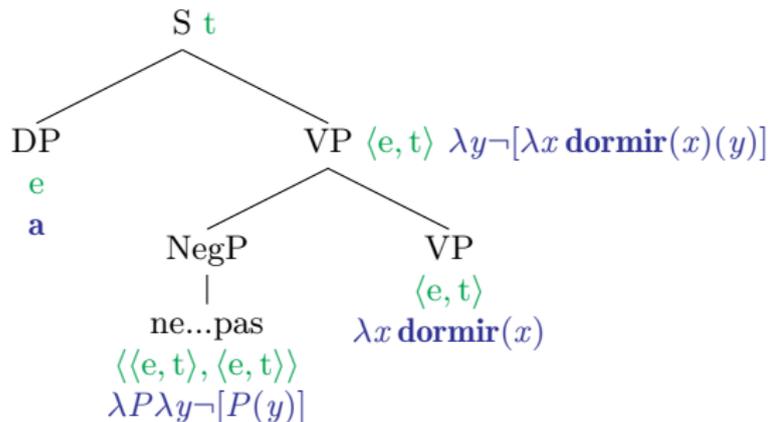


Version correcte :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$

## Exemples

## La négation

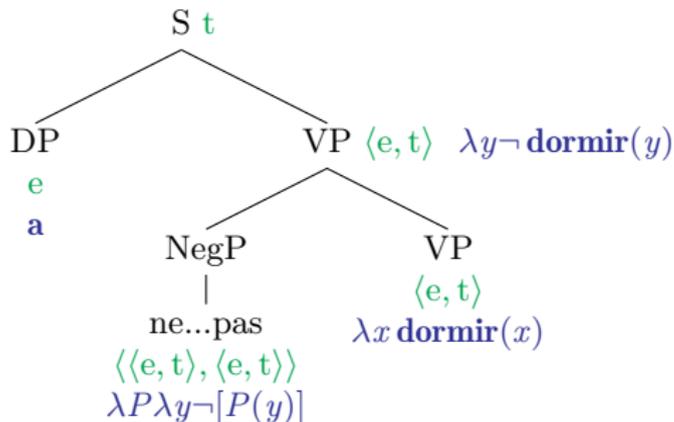
(2) Alice ne dort pas.

Version correcte : NegP  $\rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.

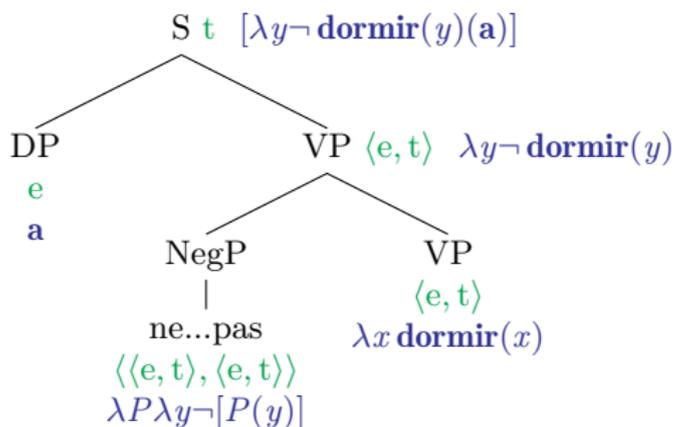


Version correcte :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$

## Exemples

## La négation

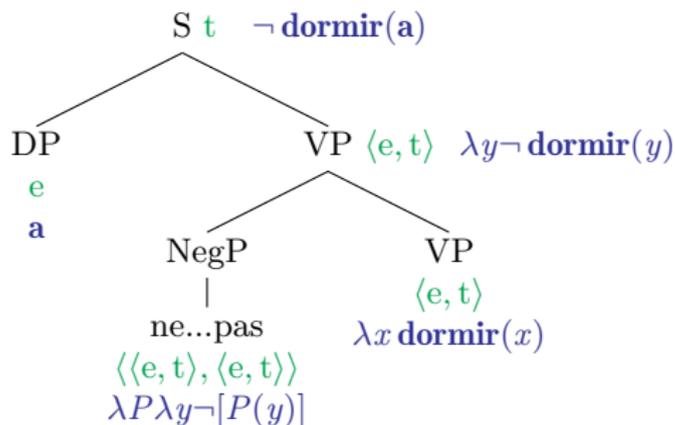
(2) Alice ne dort pas.

Version correcte :  $\text{NegP} \rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$

## Exemples

## La négation

(2) Alice ne dort pas.



Version correcte : NegP  $\rightsquigarrow \lambda P \lambda y \neg [P(y)]$



# Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \textit{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$[[\textit{tigre}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda x \textit{tigre}(x)]]^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .  
 $[[\textit{édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda y \textit{édenté}(y)]]^{\mathcal{M},w,g} =$

## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \textit{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \textit{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \textit{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

# Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \textit{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \textit{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \textit{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \textit{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$

# Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \textit{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \textit{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \textit{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \textit{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} \cap \llbracket \lambda y \textit{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} \quad \langle e, t \rangle$

# Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \textit{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \textit{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \textit{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \textit{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \textit{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\textit{tigre}(y) \wedge \textit{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$  ⟨e, t⟩

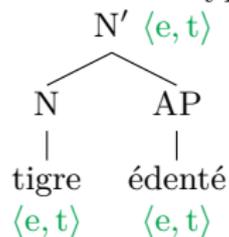
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



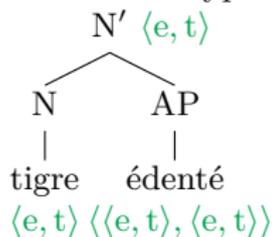
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$[[\textit{tigre}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda x \textit{tigre}(x)]]^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$[[\textit{édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda y \textit{édenté}(y)]]^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$[[\textit{tigre édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda y [\textit{tigre}(y) \wedge \textit{édenté}(y)]]]^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ([N AP]).

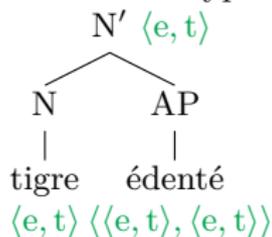
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} \quad \langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ( $[N \ AP]$ ).

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   
=

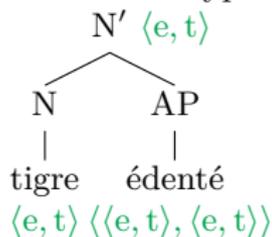
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ( $[N \ AP]$ ).

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$

= la fonction qui attend un ensemble ( $P$ ) et qui retourne l'*intersection* de  $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$  avec  $\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$ .

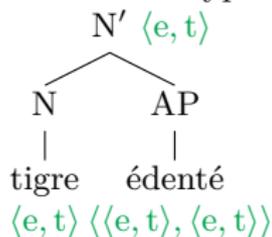
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$[[\textit{tigre}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda x \textit{tigre}(x)]]^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$[[\textit{édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda y \textit{édenté}(y)]]^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$[[\textit{tigre édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda y [\textit{tigre}(y) \wedge \textit{édenté}(y)]]]^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un  $N'$  ( $[N \ AP]$ ).

$[[\textit{édenté}]]^{\mathcal{M},w,g} = [[\lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \textit{édenté}(y)]]]^{\mathcal{M},w,g}$

= la fonction qui attend un ensemble ( $P$ ) et qui retourne l'*intersection* de  $[[P]]^{\mathcal{M},w,g}$  avec  $[[\textit{édenté}]]^{\mathcal{M},w,g}$ .

$\textit{tigre édenté} \rightsquigarrow [\lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \textit{édenté}(y)]](\lambda x \textit{tigre}(x))$

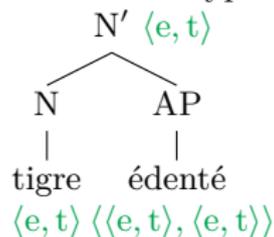
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ( $[N \ AP]$ ).

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$

= la fonction qui attend un ensemble ( $P$ ) et qui retourne l'*intersection* de  $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$  avec  $\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$ .

$\text{tigre édenté} \rightsquigarrow \lambda y [\lambda x \text{tigre}(x)(y)] \wedge \text{édenté}(y)$

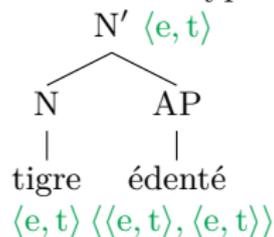
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ( $[N \ AP]$ ).

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$

= la fonction qui attend un ensemble ( $P$ ) et qui retourne l'*intersection* de  $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$  avec  $\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$ .

$\text{tigre édenté} \rightsquigarrow \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)]$

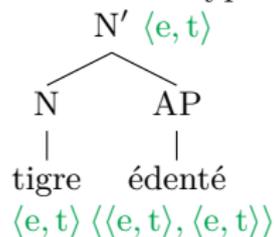
## Adjectifs épithètes, modifieurs de N

$\llbracket \text{tigre} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda x \text{tigre}(x) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les tigres de  $w$ .

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y \text{édenté}(y) \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} =$  l'ensemble de tous les individus édentés de  $w$ .

$\llbracket \text{tigre édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$   $\langle e, t \rangle$

Mais ici les types ne se combinent pas par application fonctionnelle :



Si un AP modifie un N, son type devient  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  : c'est une fonction qui attend un N et qui produit un N' ( $[N \ AP]$ ).

$\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g} = \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \text{édenté}(y)] \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$

= la fonction qui attend un ensemble ( $P$ ) et qui retourne l'intersection de  $\llbracket P \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$  avec  $\llbracket \text{édenté} \rrbracket^{\mathcal{M},w,g}$ .

$\text{tigre édenté} \rightsquigarrow \lambda y [\text{tigre}(y) \wedge \text{édenté}(y)]$

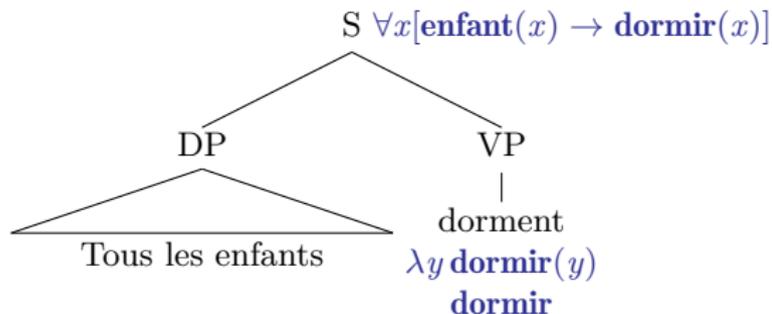
Règle syntaxe-sémantique spéciale :

$$\begin{array}{ccccc}
 N' & \rightarrow & N & AP & \\
 \llbracket \lambda P \lambda y [[P(y)] \wedge \alpha(y)](\beta) \rrbracket & \leftarrow & \beta & \alpha &
 \end{array}$$

(équivalent à la règle PM de Heim & Kratzer (1997))

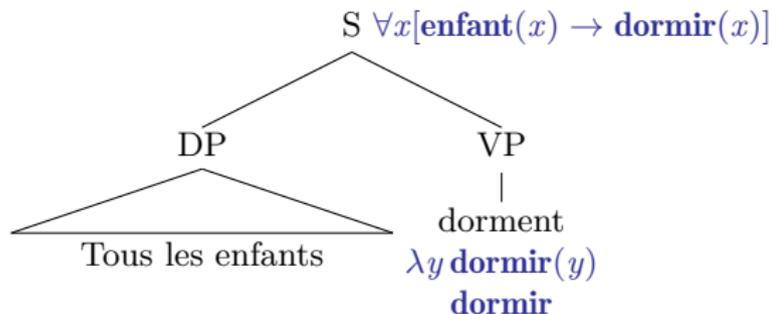
## Analyse générale des DP

DP et VP sont dans un bateau



## Analyse générale des DP

DP et VP sont dans un bateau

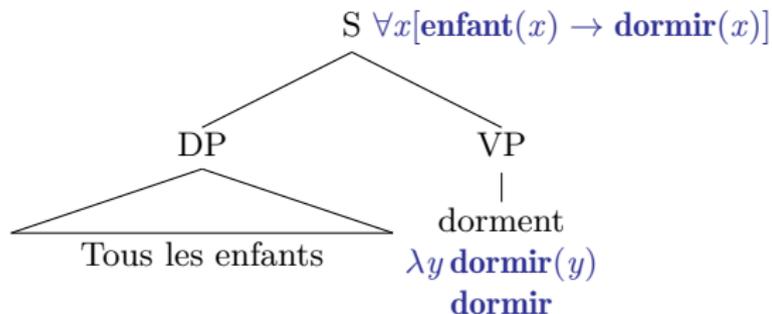


S = DP + VP

DP + VP  $\rightsquigarrow \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \mathbf{dormir}(x)]$

## Analyse générale des DP

DP et VP sont dans un bateau



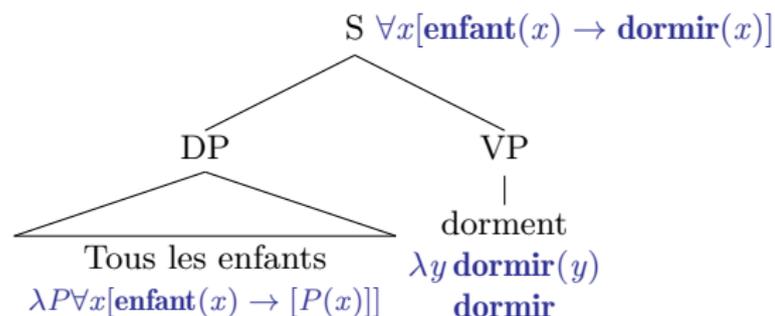
DP = S – VP

DP  $\rightsquigarrow \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \quad (x)]$



## Analyse générale des DP

DP et VP sont dans un bateau



$$\text{DP} = \text{S} - \text{VP}$$

$$\text{DP} \quad \rightsquigarrow \quad \lambda P \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow P(x)] \qquad P \text{ de type } \langle e, t \rangle$$

Le DP est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ , il est la fonction principale de la phrase.

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ 

Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$

- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$

- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ 

Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $[[\lambda P [P(\mathbf{a})]]]^{M,w,g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$   
 $\llbracket \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]] \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à au moins un enfant.
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $\llbracket \lambda P [P(\mathbf{a})] \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à tous les enfants.
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à au moins un enfant.
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $[[\lambda P [P(\mathbf{a})]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à tous les enfants.
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à au moins un enfant.
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $[[\lambda P [P(\mathbf{a})]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

$[\lambda P [P(\mathbf{a})] (\lambda y \mathbf{dormir}(y))]$   $\approx$  la propriété de dormir est une des propriétés possédées par Alice.

## Analyse générale des DP

 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à tous les enfants.
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à au moins un enfant.
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $[[\lambda P [P(\mathbf{a})]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

 $[\lambda y \mathbf{dormir}(y)(\mathbf{a})] \approx$  Alice vérifie la propriété de dormir

## Analyse générale des DP

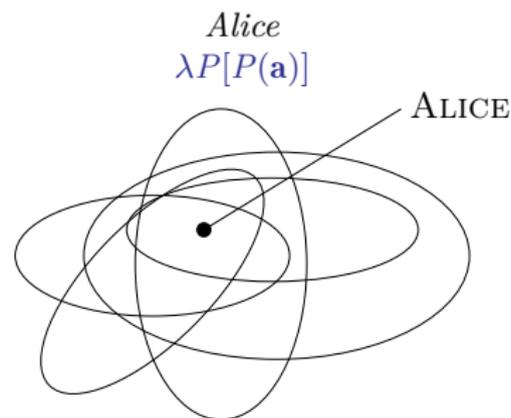
 $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ Tous les DP sont de type  $\langle\langle e, t \rangle, t\rangle$ .

(Ensembles de propriétés)

- *Tous les enfants*  $\rightsquigarrow \lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \forall x [\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à tous les enfants.
- *Un enfant*  $\rightsquigarrow \lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$   
 $[[\lambda P \exists x [\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble des propriétés qui s'appliquent à au moins un enfant.
- *Alice*  $\rightsquigarrow \lambda P [P(\mathbf{a})]$   
 $[[\lambda P [P(\mathbf{a})]]]^{\mathcal{M}, w, g} \approx$  ensemble de tous les prédicats/propriétés qui s'appliquent à Alice.

 $\mathbf{dormir}(\mathbf{a}) \approx$  Alice appartient à l'ensemble des dormeurs

# Les DP dénotent des ensembles de propriétés

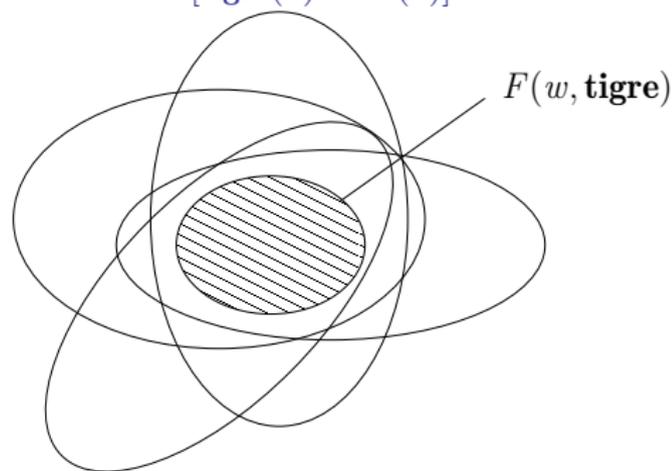


Ensemble de tous les ensembles qui contiennent ALICE

# Les DP dénotent des ensembles de propriétés

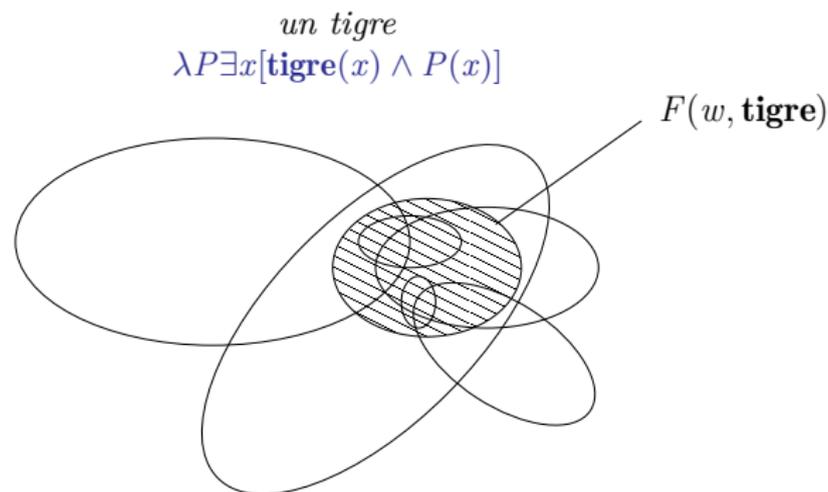
*tous les tigres*

$\lambda P \forall x [\mathbf{tigre}(x) \rightarrow P(x)]$



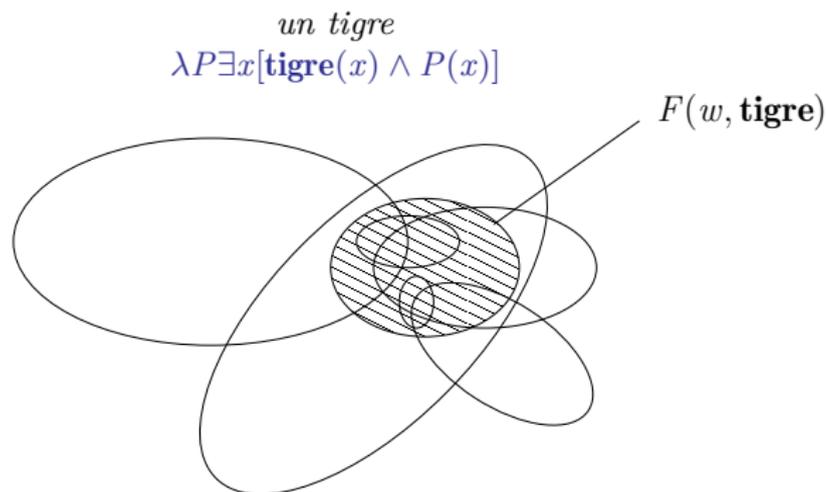
Ensemble de tous les ensembles qui contiennent tous les tigres

# Les DP dénotent des ensembles de propriétés



Ensemble de tous les ensembles qui contiennent au moins un tigre

# Les DP dénotent des ensembles de propriétés



Ensemble de tous les ensembles qui contiennent au moins un tigre

☞ Les DP ne sont pas référentiels (ils ne sont pas de type  $e$ ), mais ils ont une dénotation : un ensemble de propriétés extensionnelles.

# Déterminants

Les déterminants attendent un N ou NP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former un DP

# Déterminants

Les déterminants attendent un N ou NP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former un DP qui lui-même attend un VP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former une S.

# Déterminants

Les déterminants attendent un N ou NP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former un DP qui lui-même attend un VP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former une S.

Donc les déterminants sont des fonctions qui renvoient une valeur de vérité si on leur fournit deux propriétés.

Leur type est  $\langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$ ; ils posent une relation entre 2 ensembles.

# Déterminants

Les déterminants attendent un N ou NP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former un DP qui lui-même attend un VP ( $\langle e, t \rangle$ ) pour former une S.

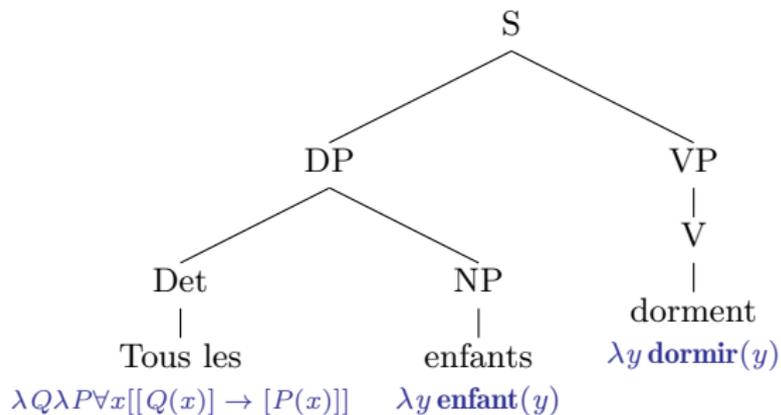
Donc les déterminants sont des fonctions qui renvoient une valeur de vérité si on leur fournit deux propriétés.

Leur type est  $\langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$ ; ils posent une relation entre 2 ensembles.

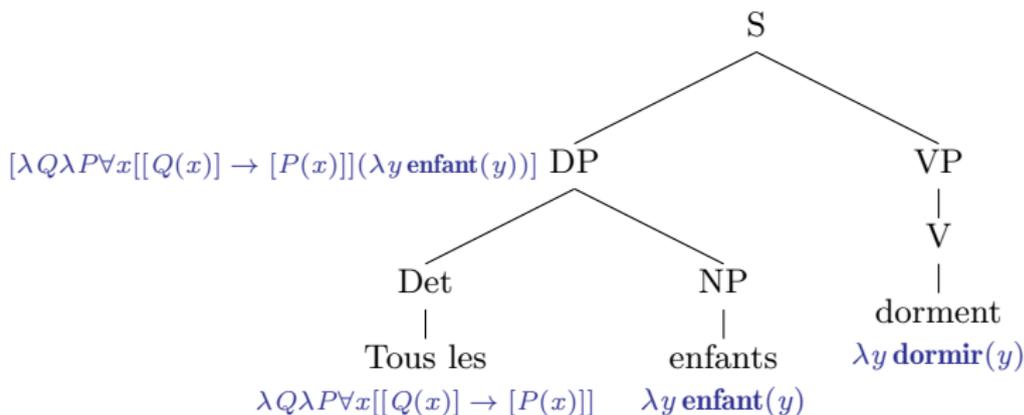
- *tous les*  $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \forall x [[Q(x)] \rightarrow [P(x)]]$ ;
  - $[[Q]]^{\mathcal{M}, w, g} \subset [[P]]^{\mathcal{M}, w, g}$
- *un*  $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \exists x [[Q(x)] \wedge [P(x)]]$ ;
  - $[[Q]]^{\mathcal{M}, w, g} \cap [[P]]^{\mathcal{M}, w, g} \neq \emptyset$
- *le*  $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P [P(\iota x [Q(x)])]$ ;
  - $[[Q]]^{\mathcal{M}, w, g}$  est un singleton et  $[[Q]]^{\mathcal{M}, w, g} \subset [[P]]^{\mathcal{M}, w, g}$

$Q$  : argument NP       $P$  : argument VP

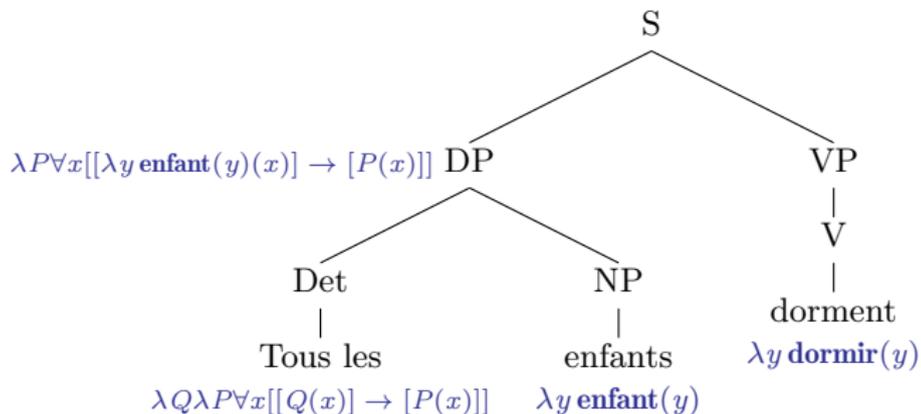
## Exemple



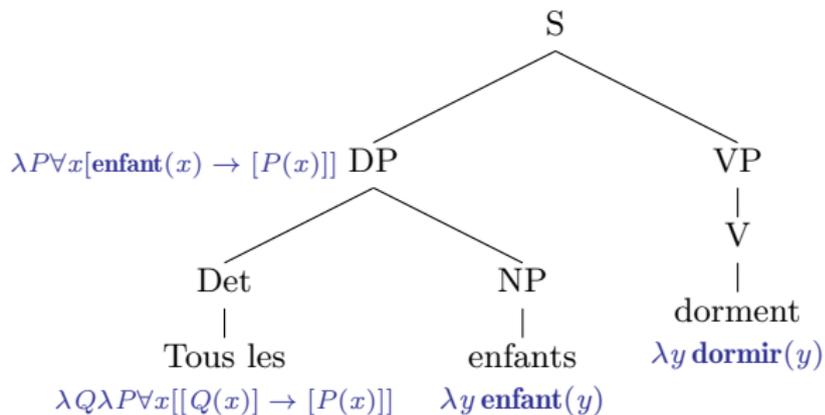
## Exemple



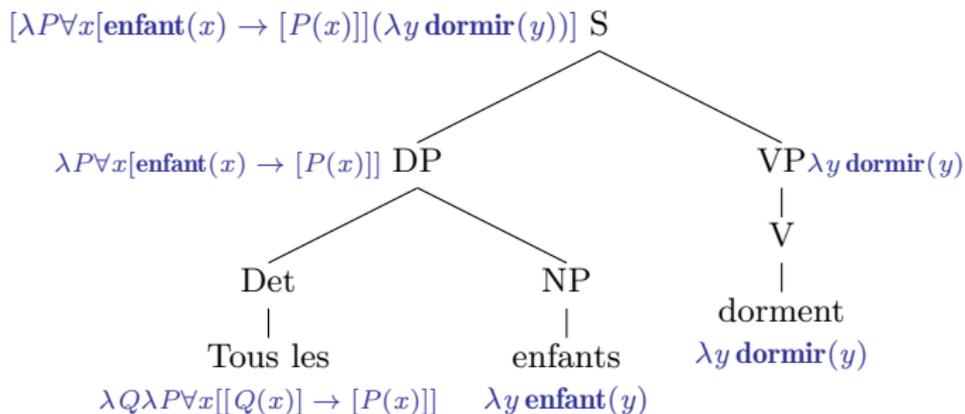
## Exemple



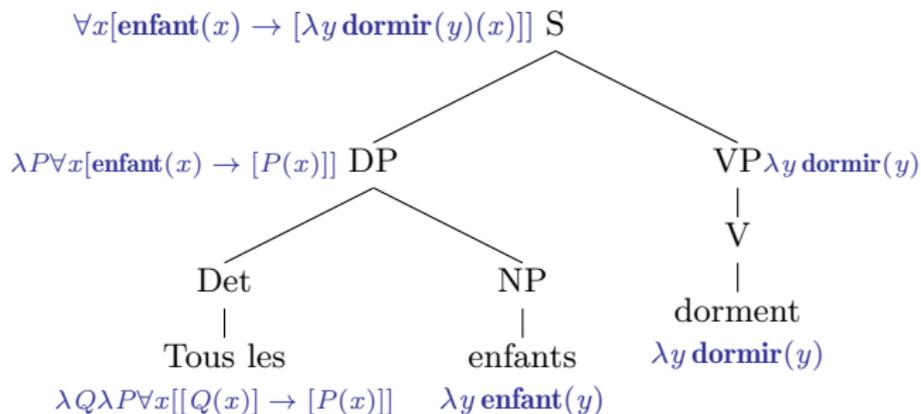
## Exemple



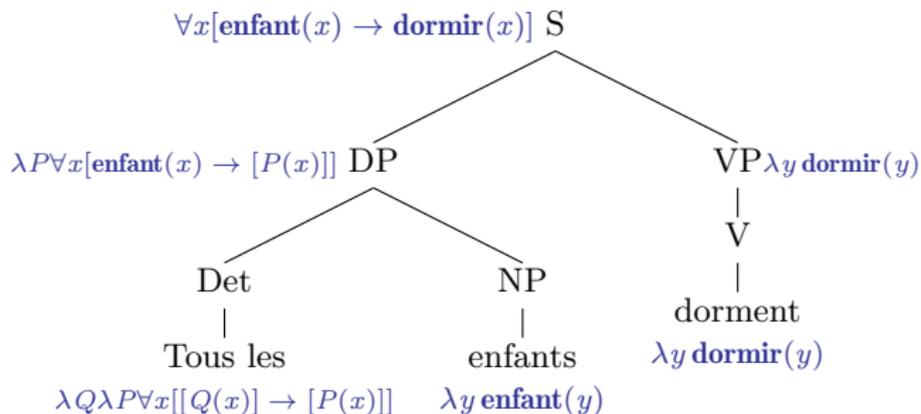
## Exemple



## Exemple



## Exemple

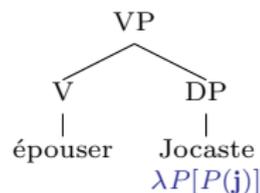


## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?

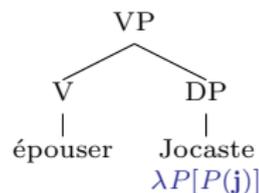
# Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



# Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



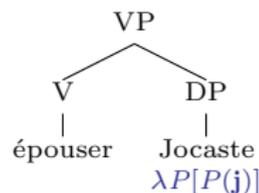
- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

DP
VP

## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

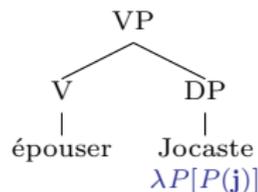
$$\underbrace{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}_{\text{DP}}, \underbrace{\langle e, t \rangle}_{\text{VP}}$$

$$\text{épouser} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))]$$

$Y$  de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$

## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

$$\underbrace{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}_{\text{DP}}, \underbrace{\langle e, t \rangle}_{\text{VP}}$$

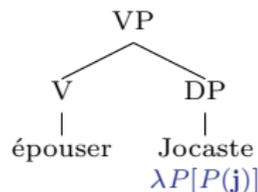
$$\text{épouser} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))]$$

$$Y \text{ de type } \langle \langle e, t \rangle, t \rangle$$

$$[\text{VP épouser Jocaste}] \rightsquigarrow [\lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))](\lambda P[P(j)])]$$

## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \underbrace{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}_{\text{DP}}, \underbrace{\langle e, t \rangle}_{\text{VP}} \rangle$ .

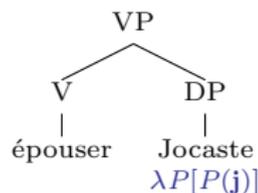
$$\text{épouser} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))]$$

$Y$  de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$

$$[\text{VP épouser Jocaste}] \rightsquigarrow \lambda x [\lambda P[P(j)](\lambda y \text{épouser}(x, y))]$$

## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

$$\underbrace{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}_{\text{DP}}, \underbrace{\langle e, t \rangle}_{\text{VP}}$$

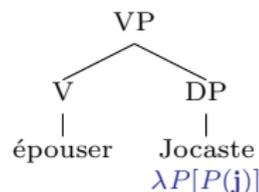
$$\text{épouser} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))]$$

$$Y \text{ de type } \langle \langle e, t \rangle, t \rangle$$

$$[\text{VP épouser Jocaste}] \rightsquigarrow \lambda x [\lambda y \text{épouser}(x, y)(j)]$$

## Verbes transitifs

- Les verbes intransitifs sont de type  $\langle e, t \rangle$ .
- Les verbes transitifs sont-ils de type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  ?  
Non, car leur DP complément (objet) est de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .



- On veut qu'un VT prenne un complément de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  et produise un VP de type  $\langle e, t \rangle$ .

Il est donc de type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

$\underbrace{\langle \langle e, t \rangle, t \rangle}_{\text{DP}}, \underbrace{\langle e, t \rangle}_{\text{VP}}$

$\text{épouser} \rightsquigarrow \lambda Y \lambda x [Y(\lambda y \text{épouser}(x, y))]$

$Y$  de type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$

$[\text{VP épouser Jocaste}] \rightsquigarrow \lambda x \text{épouser}(x, j)$

# Le verbe transitif *être*

Two *BEs* or not two *BEs*?

Plusieurs emplois du verbe *être* :

- Transitif (+ DP)
  - Identificationnel  
*Peter Parker est Spiderman.*
  - Prédicatif (+ DP/NP)  
*Peter Parker est un étudiant.*

$\text{être} \rightsquigarrow \lambda X \lambda x [X(\lambda y [x = y])]$

- Copule (+ AP)  
*Peter Parker est amoureux.*

$\text{être} \rightsquigarrow \lambda P \lambda x [P(x)]$

# Ambiguïtés de portée

Les DP sont mobiles

## Hypothèse

Tout DP *peut* s'interpréter « à gauche » de la phrase où il apparaît.

# Ambiguïtés de portée

Les DP sont mobiles

## Hypothèse

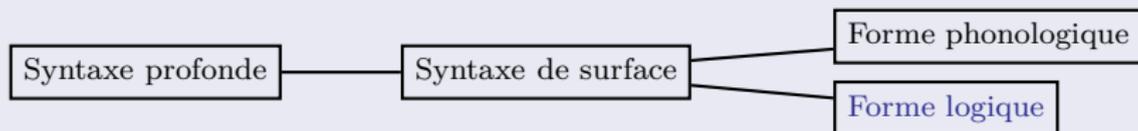
Tout DP *peut* s'interpréter « à gauche » de la phrase où il apparaît.

- (3)
- Tous les élèves ont appris un poésie.
  - 'Une poésie tous les élèves ont appris.'
  - 'Tous les élèves une poésie ont appris.'

# Implémentation syntaxique : *Quantifier Raising*

Les DP sont mobiles

Modèle grammatical « en Y » (e.g. GB)

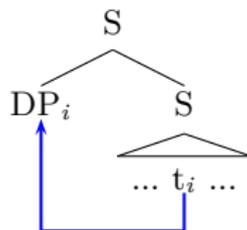


Structure de surface



$\Rightarrow$

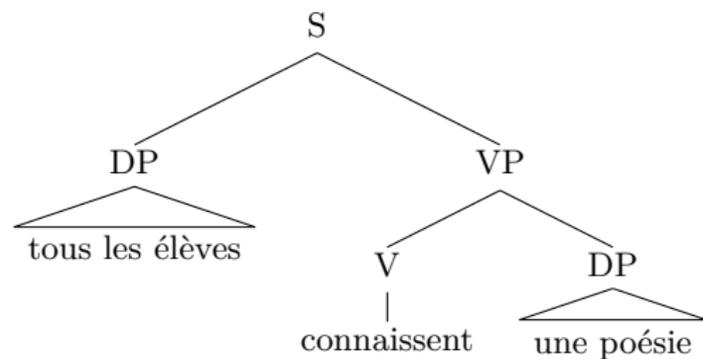
Forme logique



La trace  $t_i$  se traduit par une variable (« numérotée ») :  $t_i \rightsquigarrow \lambda P[P(x_i)]$ .

*Quantifier Raising*

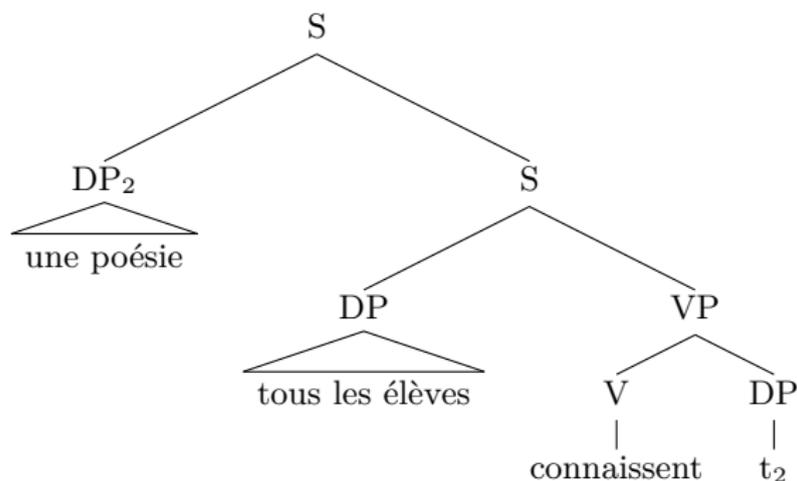
## Exemples



Le mouvement est toujours possible, mais jamais obligatoire.

*Quantifier Raising*

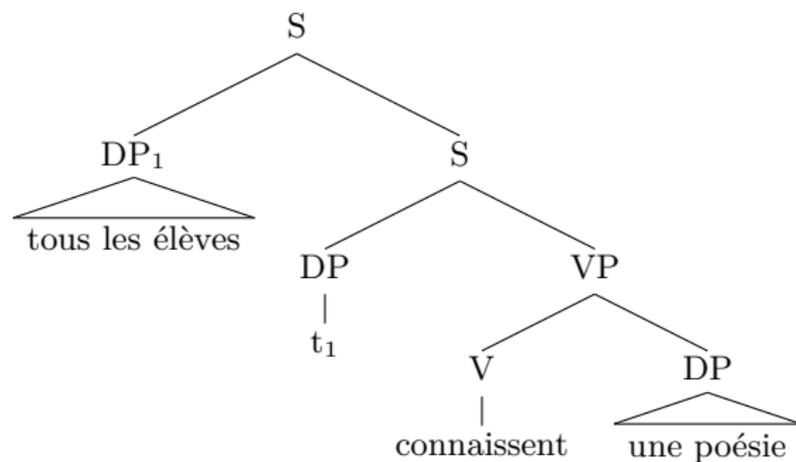
## Exemples



Le mouvement est toujours possible, mais jamais obligatoire.

*Quantifier Raising*

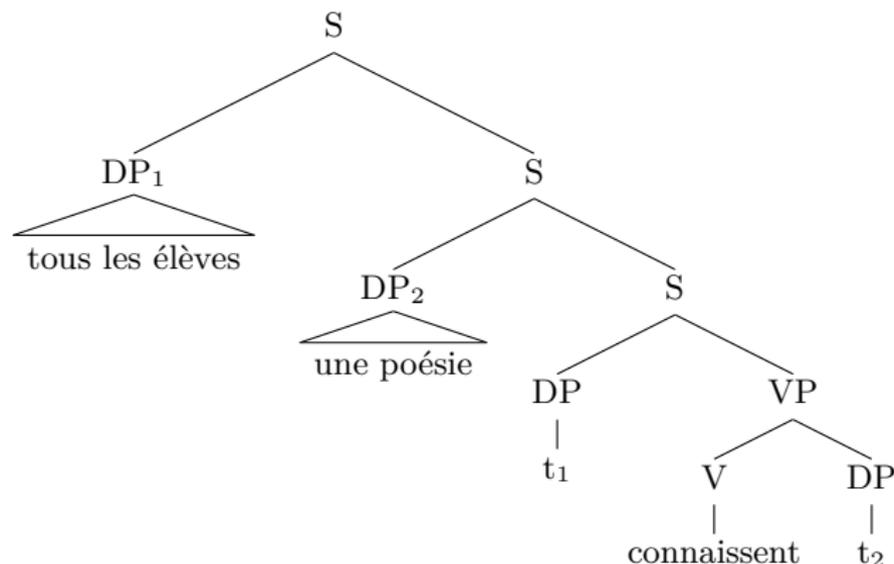
## Exemples



Le mouvement est toujours possible, mais jamais obligatoire.

*Quantifier Raising*

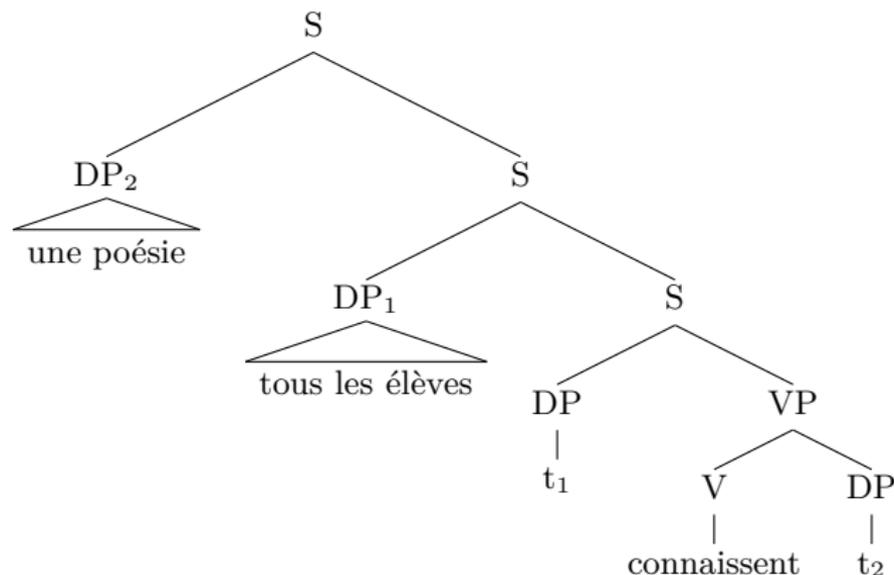
## Exemples



Le mouvement est toujours possible, mais jamais obligatoire.

*Quantifier Raising*

## Exemples

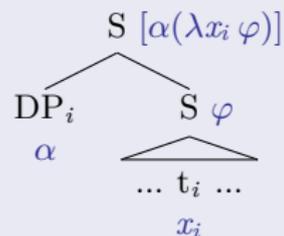


Le mouvement est toujours possible, mais jamais obligatoire.

# Interprétation

Les traces sont des variables  $\lambda$ -abstraites (au bon moment)

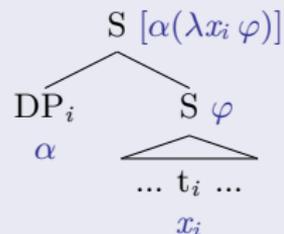
## Interprétation des traces (e.g. QR)



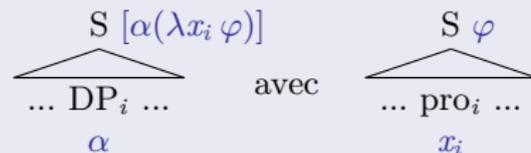
# Interprétation

Les traces sont des variables  $\lambda$ -abstraites (au bon moment)

## Interprétation des traces (e.g. QR)



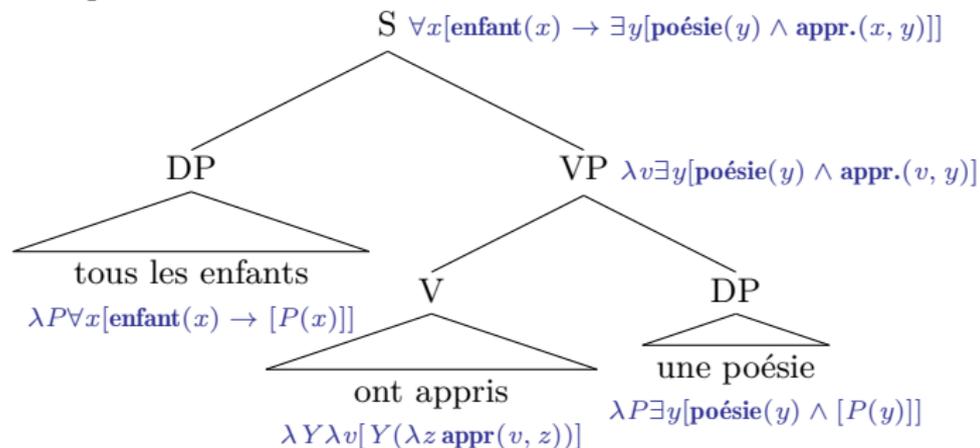
## Quantifying in (Montague)



# Ambiguïté de portée

## Exemple

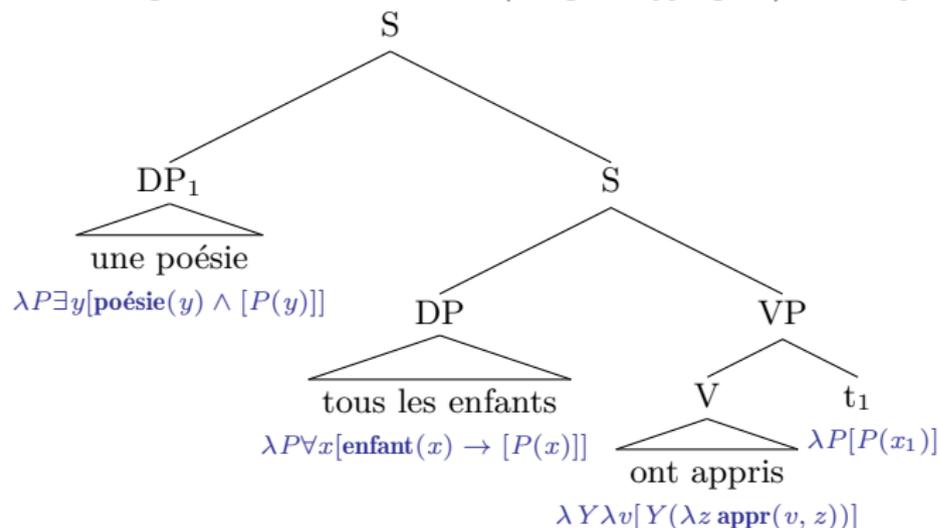
Interprétation des DP *in situ*



# Ambiguïté de portée

## Exemple

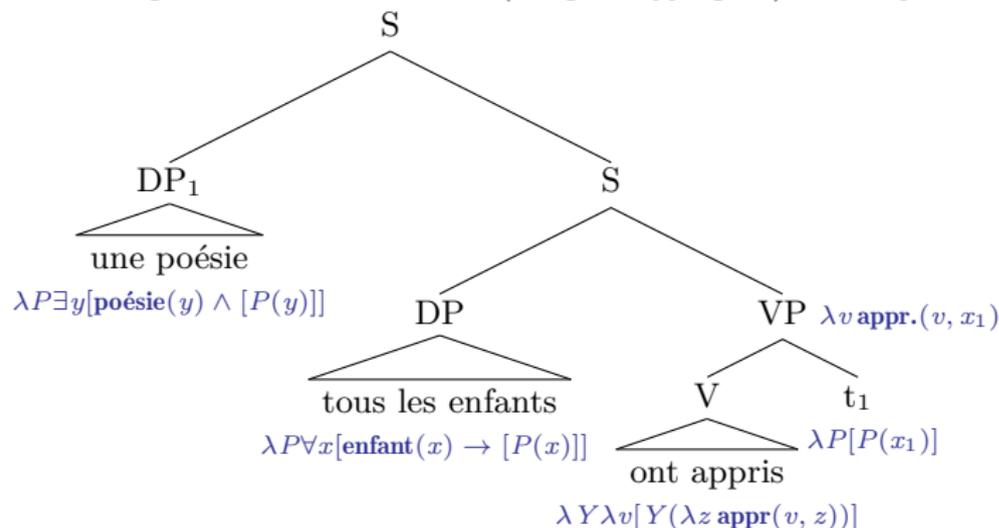
Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet



# Ambiguïté de portée

## Exemple

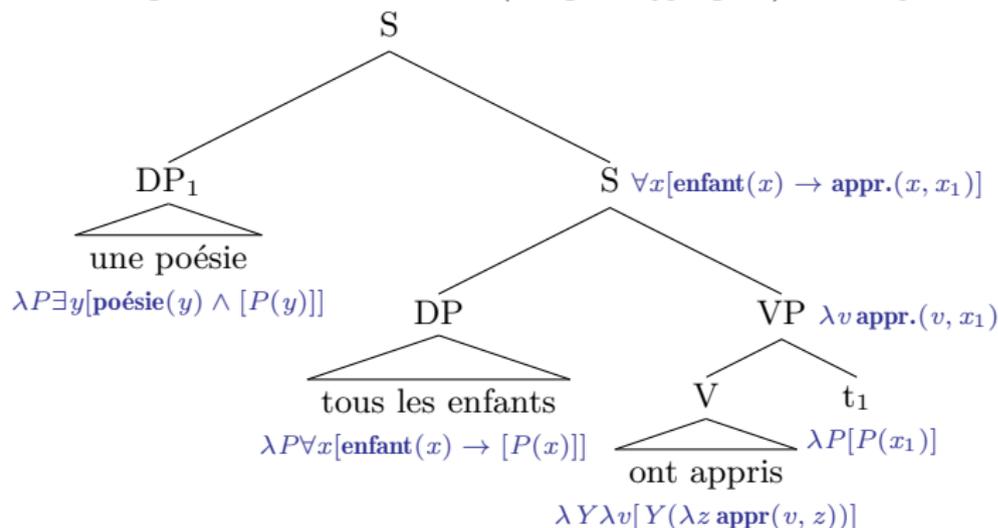
Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet



# Ambiguïté de portée

## Exemple

Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet



# Ambiguïté de portée

## Exemple

Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet

S  $[\lambda P \exists y [\text{poésie}(y) \wedge [P(y)]] (\lambda x_1 \forall x [\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, x_1)])]$

DP<sub>1</sub>



une poésie

$\lambda P \exists y [\text{poésie}(y) \wedge [P(y)]]$

S  $\forall x [\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, x_1)]$

DP

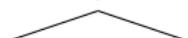


tous les enfants

$\lambda P \forall x [\text{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$

VP  $\lambda v \text{appr.}(v, x_1)$

V



ont appris

t<sub>1</sub>

$\lambda P [P(x_1)]$

$\lambda Y \lambda v [Y(\lambda z \text{appr.}(v, z))]$

# Ambiguïté de portée

## Exemple

Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet

$$S \exists y[\text{poésie}(y) \wedge [\lambda x_1 \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, x_1)](y)]]$$
 $DP_1$ 

une poésie

 $\lambda P \exists y[\text{poésie}(y) \wedge [P(y)]]$ 
 $S \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, x_1)]$ 
 $DP$ 

tous les enfants

 $\lambda P \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$ 
 $VP \lambda v \text{appr.}(v, x_1)$ 
 $V$ 

ont appris

 $t_1$ 
 $\lambda P [P(x_1)]$ 
 $\lambda Y \lambda v [Y(\lambda z \text{appr.}(v, z))]$

# Ambiguïté de portée

## Exemple

Interprétation avec montée (ou *quantifying in*) de l'objet

$S \exists y[\text{poésie}(y) \wedge \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, y)]]$

DP<sub>1</sub>



une poésie

$\lambda P \exists y[\text{poésie}(y) \wedge [P(y)]]$

S  $\forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow \text{appr.}(x, x_1)]$

DP

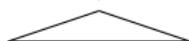


tous les enfants

$\lambda P \forall x[\text{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$

VP  $\lambda v \text{appr.}(v, x_1)$

V



ont appris

$\lambda P [P(x_1)]$

$\lambda Y \lambda v [Y(\lambda z \text{appr.}(v, z))]$

# De dicto vs. de re

Verbes d'attitudes propositionnelles + subordonnées complétives

Ils dénotent une relation entre une proposition  $\varphi$  ( $\langle s, t \rangle$ ) et un individu  $x$ .

Ils sont de type  $\langle \langle s, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

## De dicto vs. de re

Verbes d'attitudes propositionnelles + subordonnées complétives

Ils dénotent une relation entre une proposition  $\varphi$  ( $\langle s, t \rangle$ ) et un individu  $x$ .

Ils sont de type  $\langle \langle s, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

- $\text{croire} \rightsquigarrow \lambda\varphi\lambda x \text{croire}(x, \varphi)$

## De dicto vs. de re

Verbes d'attitudes propositionnelles + subordinées complétives

Ils dénotent une relation entre une proposition  $\varphi$  ( $\langle s, t \rangle$ ) et un individu  $x$ .

Ils sont de type  $\langle \langle s, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

- $\text{croire} \rightsquigarrow \lambda\varphi\lambda x \text{ croire}(x, \varphi)$   
 $\llbracket \text{croire}(x, \varphi) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi les croyances qu'a  $\llbracket x \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  dans  $w$   
 impliquent  $\varphi$ ;

## De dicto vs. de re

Verbes d'attitudes propositionnelles + subordinées complétives

Ils dénotent une relation entre une proposition  $\varphi$  ( $\langle s, t \rangle$ ) et un individu  $x$ .

Ils sont de type  $\langle \langle s, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

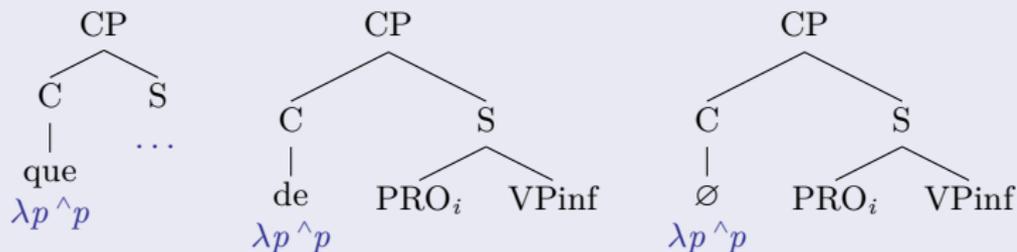
- *croire*  $\rightsquigarrow \lambda\varphi\lambda x$  **croire**( $x, \varphi$ )  
 $\llbracket \text{croire}(x, \varphi) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi les croyances qu'a  $\llbracket x \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  dans  $w$  impliquent  $\varphi$  ;
- *vouloir*  $\rightsquigarrow \lambda\varphi\lambda x$  **vouloir**( $x, \varphi$ )  
 $\llbracket \text{vouloir}(x, \varphi) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi l'ensemble de tous les mondes  $w'$  compatibles avec les désirs de  $\llbracket x \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  dans  $w$  est inclus dans  $\llbracket \varphi \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  ;  
 autrement dit : dans  $w$ ,  $\llbracket x \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g}$  souhaite que  $\varphi$  devienne vraie (dans (le futur de)  $w$ ).

## De dicto vs. de re

## Complémenteurs et complétives

Les complémenteurs (*que*, *de*) introduisent  $\wedge$ , pour former une proposition à partir d'une formule.

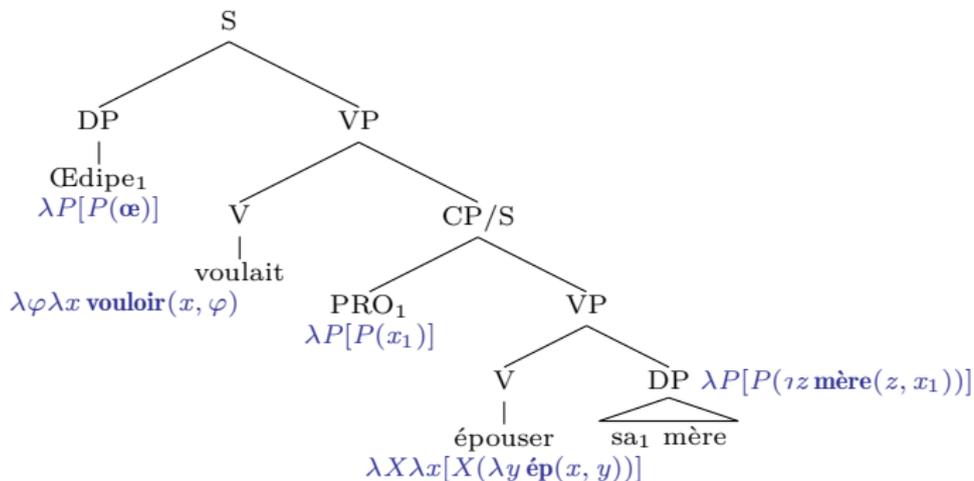
Ils sont donc de type  $\langle t, \langle s, t \rangle \rangle$  :



## De dicto vs. de re

Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)

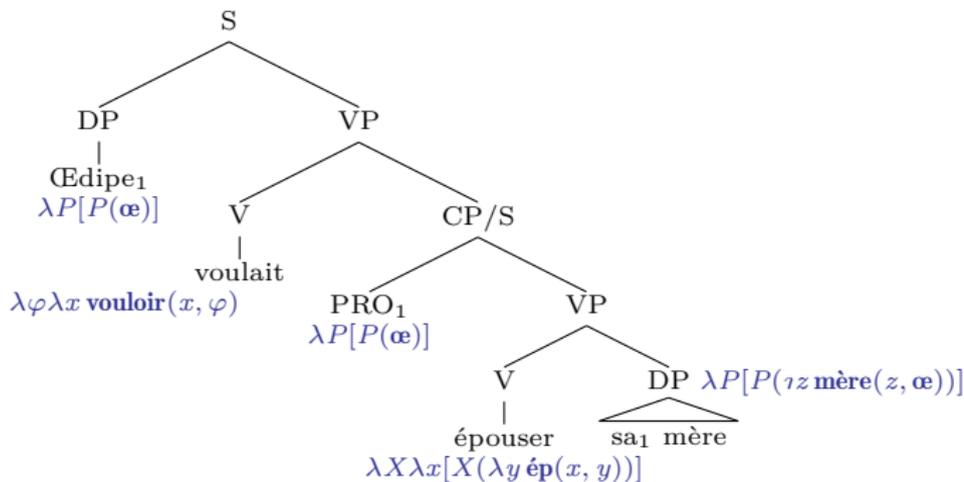
(4)



## De dicto vs. de re

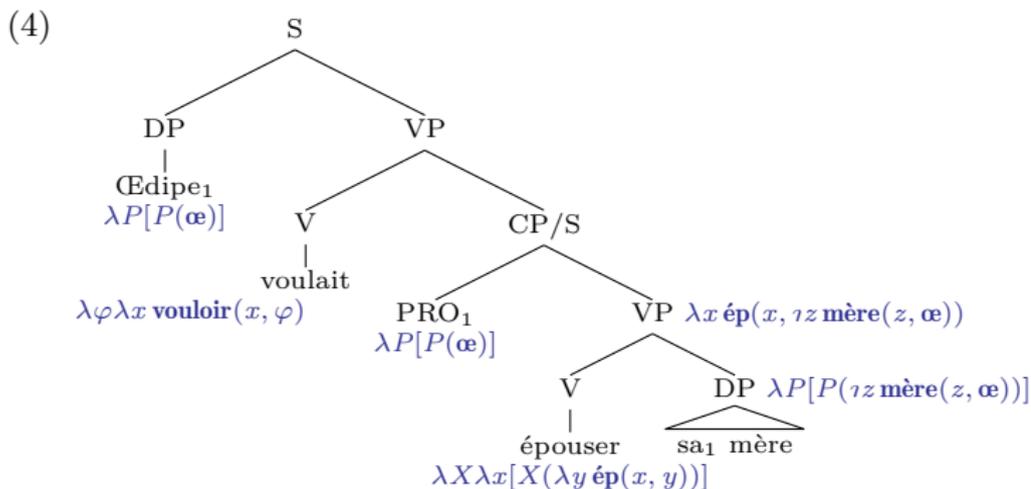
Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)

(4)



## De dicto vs. de re

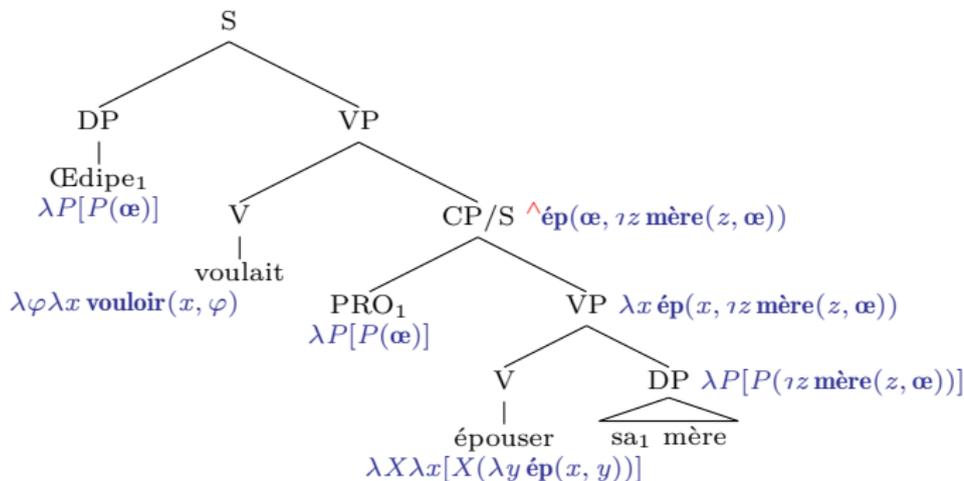
Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)



## De dicto vs. de re

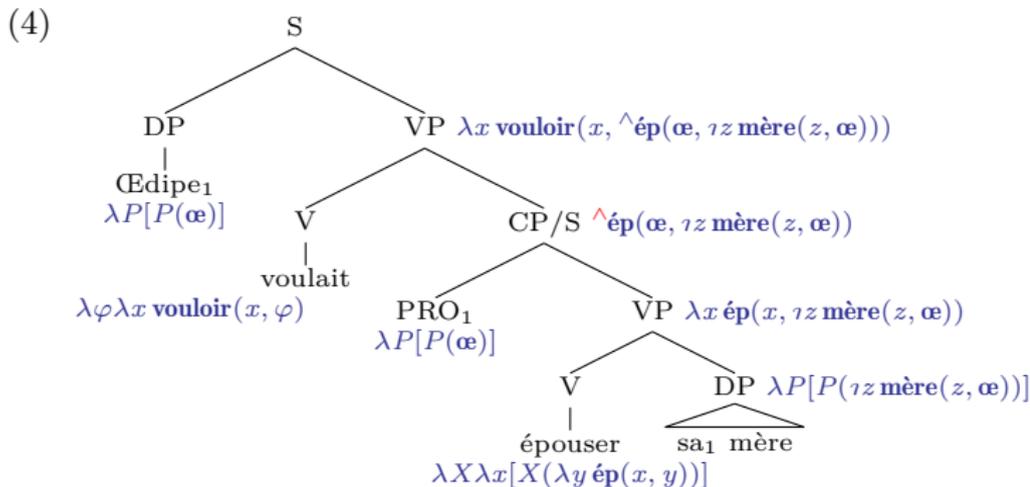
Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)

(4)



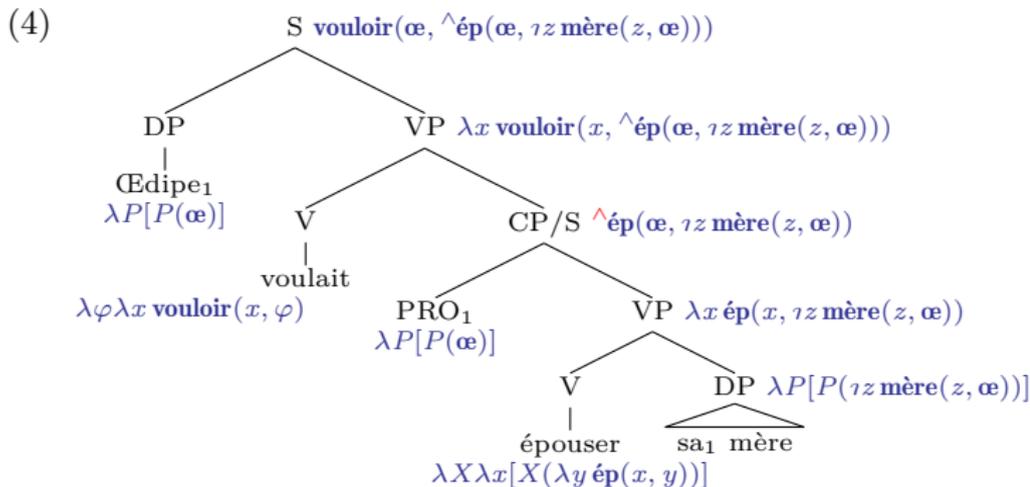
## De dicto vs. de re

Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)



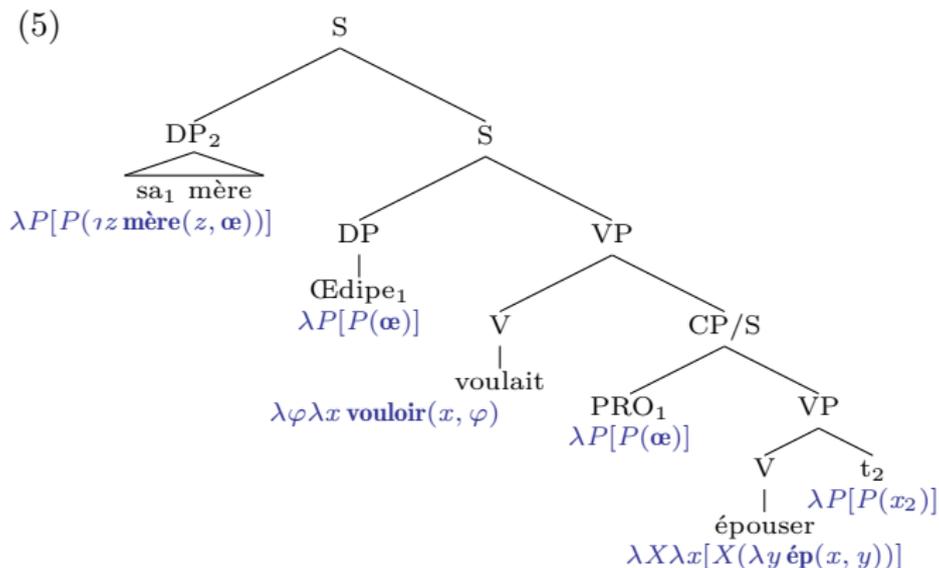
## De dicto vs. de re

Œdipe voulait épouser sa mère (de dicto)



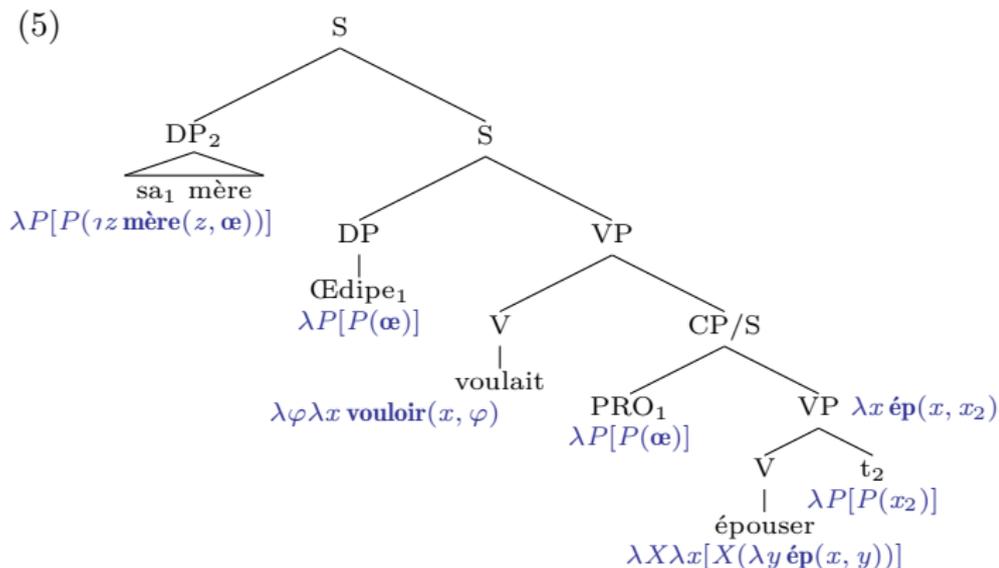
## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



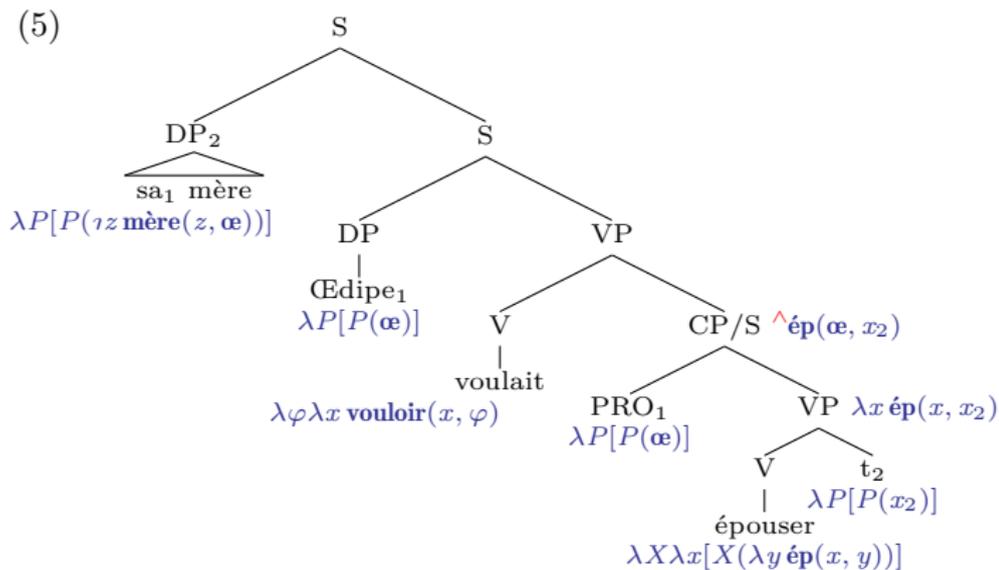
## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



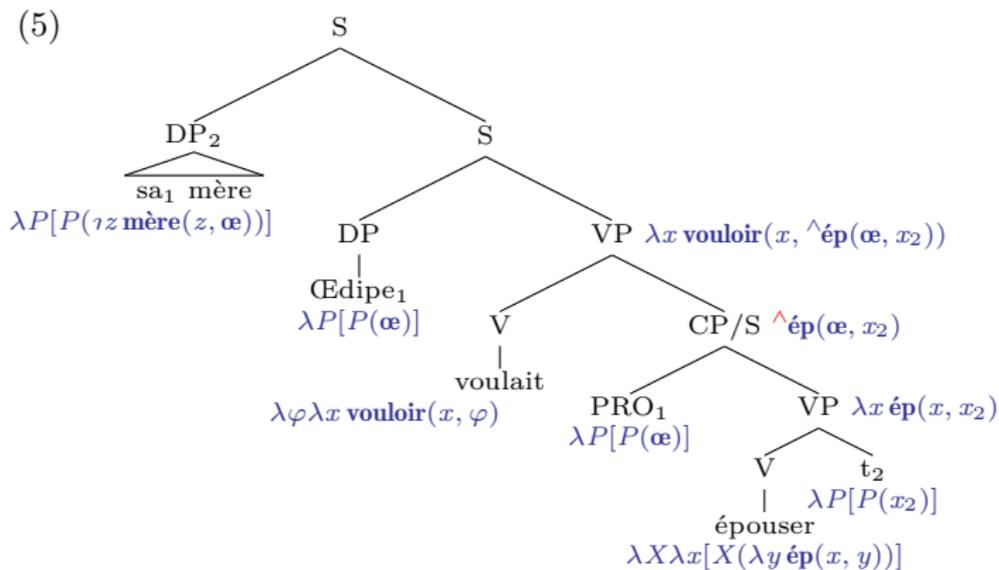
## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



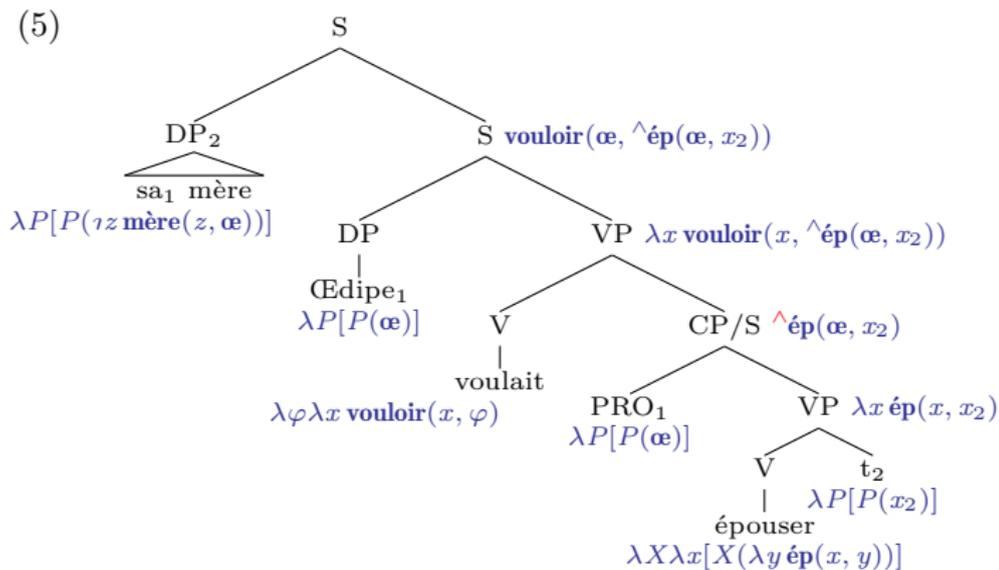
## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



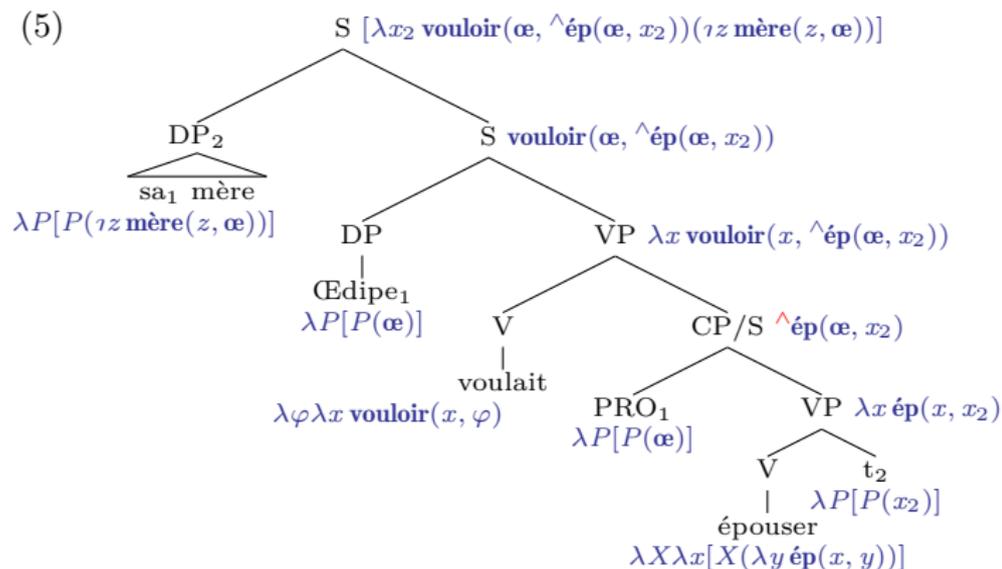
## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



## De dicto vs. de re

Edipe voulait épouser sa mère (de re)



## Lecture de dicto

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w', g} = 1$  ssi celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ . dans  $w'$ .

## Lecture de dicto

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w', g} = 1$  ssi celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ . dans  $w'$ .
- $\llbracket \wedge \text{ép}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ .

## Lecture de dicto

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w', g} = 1$  ssi celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ . dans  $w'$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, \lambda z \text{ mère}(z, \alpha))) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{E}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w'$  épouse  $\mathbb{E}$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}. \text{épouse } g(x_2)$  dans  $w$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{C}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{E}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les individus qu' $\mathbb{E}$ . souhaite épouser dans  $w$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{E}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les individus qu' $\mathbb{E}$ . souhaite épouser dans  $w$ .
- $\llbracket \text{mère}(z, \alpha) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{E}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{E}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les individus qu' $\mathbb{E}$ . souhaite épouser dans  $w$ .
- $\llbracket [\lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2))](z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{E}$ . souhaite épouser dans  $w$  celle qui est la mère d' $\mathbb{E}$ . dans  $w$ .

## Lecture de re

## Détail

- $\llbracket \text{ép}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$  dans  $w$ .
- $\llbracket \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \text{vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi dans  $w$   $\mathbb{C}$ . souhaite que  $w$  appartienne à l'ensemble de tous les mondes  $w'$  où  $\mathbb{C}$ . épouse  $g(x_2)$ .
- $\llbracket \lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} =$  l'ensemble de tous les individus qu' $\mathbb{C}$ . souhaite épouser dans  $w$ .
- $\llbracket [\lambda x_2 \text{ vouloir}(\alpha, \hat{\text{ép}}(\alpha, x_2))](z \text{ mère}(z, \alpha)) \rrbracket^{\mathcal{M}, w, g} = 1$  ssi  $\mathbb{C}$ . souhaite épouser dans  $w$  celle qui est la mère d' $\mathbb{C}$ . dans  $w$ .

Ici la  $\beta$ -réduction est interdite, car  $x_2$  est dans la portée de  $\hat{\text{ép}}$

# Référence