Sémantique formelle véericonditionnelle

Laurent Roussarie
laurent.roussarie@univ-paris8.fr
http://l.roussarie.free.fr

Théorie Sémantique, M1 LTD

2014

Qu'est ce que la sémantique formelle ?

Qu'est ce que la sémantique formelle ?

$\lambda x.[\![\forall z\{\xi_x \overset{\propto}{\Rightarrow} \sigma y[M(y,z)] \wedge \exists\vec{u}\,\varphi(\vec{u})\}]\!]^g$?

Qu'est ce que la sémantique formelle ?

- Sémantique formelle $\Rightarrow$ précise, systématique
  Décrire le sens en tant que système cohérent et rigoureux.

Qu'est ce que la sémantique formelle ?

- Sémantique formelle ⇒ précise, systématique
  Décrire le sens en tant que système cohérent et rigoureux.
- Cf. Chomsky (Grammaire Générative) : la langue peut être décrite comme un système formel.
- Montague (Sémantique Formelle) : la langue peut être décrite comme un système formel interprété.

Qu'est ce que la sémantique formelle ?

- Sémantique formelle $\Rightarrow$ précise, systématique
  Décrire le sens en tant que système cohérent et rigoureux.
- Cf. Chomsky (Grammaire Générative) : la langue peut être décrite comme un système formel.
- Montague (Sémantique Formelle) : la langue peut être décrite comme un système formel interprété.

Definition

Système sémantique = ensemble de règles qui spécifient clairement et objectivement la signification de tout énoncé qu'il reconnaît comme interprétable.

Définir le sens

Méthodologie

- Sens ≈ Ce que l'on comprend. C'est mental, et donc « caché ».
- Mais on ne peut pas se contenter d'une méthode qui repose seulement sur l'intuition et l'introspection : il faut des arguments objectifs.

Définir le sens

Méthodologie

- Sens ≈ Ce que l'on comprend. C'est mental, et donc « caché ».
- Mais on ne peut pas se contenter d'une méthode qui repose seulement sur l'intuition et l'introspection : il faut des arguments objectifs.
- Le sens est, entre autres, ce qui tourne le langage vers la réalité extralinguistique (le monde « extérieur »).

➠ Besoin d'extérioriser l'analyse.

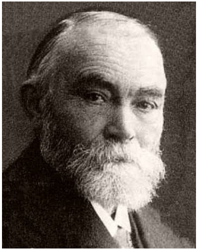
Sens et Dénotation

Frege (1892)

Definition

La dénotation d'une expression = l'objet du monde que désigne l'expression. *Bedeutung*

Le sens d'une expressions = ce qui nous donne la dénotation de l'expression. *Sinn*



Variantes terminologiques : **extension** = dénotation; **intension** = sens. (R. Carnap)
Référence ≈ dénotation.

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1)
a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1)
a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1)
a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

VÉNUS

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1)
a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

VÉNUS

La dénotation ne fait pas tout :

(2) L'étoile du matin est l'étoile du soir.

(3) L'étoile du matin est l'étoile du matin.

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1) a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

VÉNUS

La dénotation ne fait pas tout :

(2) L'étoile du matin est l'étoile du soir.

(3) L'étoile du matin est l'étoile du matin.

VÉNUS = VÉNUS

Sens et Dénotation

C'est le sens qui compte

(1) a. l'étoile du matin
b. l'étoile du soir
c. Vénus
d. la planète Vénus
e. la deuxième planète du système solaire
f. l'étoile du berger
g. Hesperus
h. Phosphorus

VÉNUS

La dénotation ne fait pas tout :

(2) L'étoile du matin est l'étoile du soir.

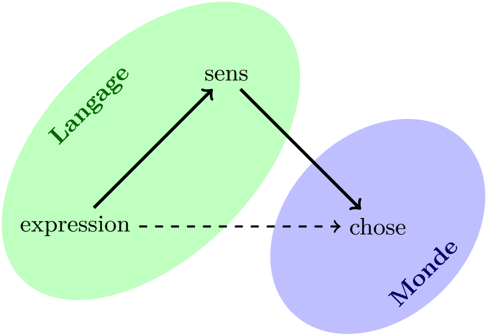
(3) L'étoile du matin est l'étoile du matin.

VÉNUS = VÉNUS

(2) et (3) n'ont pas le même sens ➠ « *l'étoile du matin* » et « *l'étoile du soir* » n'ont pas le même sens.

Sens et Dénotation

Triangle sémiotique



Le sens est ce qui détermine la dénotation.

Sens et Dénotation

Autres exemples

Différents sens, mêmes dénotations :

(4) a. le vainqueur d'Iéna
b. le vaincu de Waterloo
c. le père du code civil
d. Napoléon
etc.

Un sens, mais pas de dénotation :

(5) a. l'actuel roi de France
b. le plus grand nombre entier de $\mathbb{N}$
c. un carré à 6 côtés
d. les calendes grecques

Sémantique vériconditionnelle

Sens d'une phrase

- La dénotation d'une phrase déclarative est sa **valeur de vérité** : *vrai* ou *faux* (1 ou 0).
  - Par définition, le sens détermine la dénotation.

➠ Donc le sens d'une phrase est ce qui nous permet de savoir si elle est vraie ou fausse.

Principe (Sémantique vériconditionnelle)

Connaître le sens d'une phrase (déclarative) c'est savoir comment devrait être le monde pour que cette phrase soit vraie.
Dit autrement : savoir ce que signifie une phrase, c'est savoir sous quelles conditions elle est vraie.

Le sens d'une phrase = ses **conditions de vérité**

Sémantique vériconditionnelle

Dépendance de la dénotation

Quelle est la dénotation de (6) ?

(6) Le père d'Alexandre le Grand était boiteux.

Sémantique vériconditionnelle

Dépendance de la dénotation

Quelle est la dénotation de (6) ?

(6) Le père d'Alexandre le Grand était boiteux.

Chorus

Le sens détermine la dénotation, mais la dénotation dépend aussi des circonstances, de l'état du monde.

$$\text{sens} + \text{circonstances} \longrightarrow \text{dénotation}$$

- Il faut toujours parler de la dénotation d'une expression par rapport à un certain état du monde.

Sémantique vériconditionnelle

Corollaires

Principe

Si on connaît le sens d'une phrase, et si on connaît les circonstances (état du monde) auxquelles s'applique cette phrase, alors « automatiquement » on en connaît la dénotation.

Principe

Si on est *capable* de calculer la dénotation d'une expression, et *a fortiori* si on arrive à trouver cette dénotation, c'est qu'on connaît le sens de cette expression.

Principe

Si on connaît le sens d'une phrase et si on admet qu'elle est vraie, alors on apprend une certaine information sur le monde (ou l'état du monde) auquel cette phrase se rapporte.

Sémantique vériconditionnelle

Méthodologie

- En sémantique, c'est le sens qui compte ;
- mais la dénotation est importante pour retrouver le sens.
- On cherchera à dévoiler le sens des expressions en essayant de calculer leurs dénotations.
- Sens = règles de calcul de la dénotation.

Principe de compositionnalité

Le sens d'une phrase est construit (i.e. composé)

On est capable de comprendre une infinité d'énoncés de la langue.

Principe (Principe de compositionnalité)

La signification d'une expression est fonction de la signification de ses parties et de leurs modes de combinaison syntaxique.

La structure syntaxique est importante :

(7) a. Un hélicoptère a survolé un porte-avions.
b. Un porte-avions a survolé un hélicoptère.

Principe de compositionnalité

Le sens d'une phrase est construit (i.e. composé)

On est capable de comprendre une infinité d'énoncés de la langue.

Principe (Principe de compositionnalité)

La signification d'une expression est fonction de la signification de ses parties et de leurs modes de combinaison syntaxique.

La structure syntaxique est importante :

(7) a. Un hélicoptère a survolé un porte-avions.
b. Un porte-avions a survolé un hélicoptère.

Est-ce que ce principe est robuste ? Peut-il être mis en échec ?

Principe de compositionnalité

Le sens d'une phrase est construit (i.e. composé)

On est capable de comprendre une infinité d'énoncés de la langue.

Principe (Principe de compositionnalité)

La signification d'une expression est fonction de la signification de ses parties et de leurs modes de combinaison syntaxique.

La structure syntaxique est importante :

(7) a. Un hélicoptère a survolé un porte-avions.
b. Un porte-avions a survolé un hélicoptère.

Est-ce que ce principe est robuste ? Peut-il être mis en échec ?

(8) *jeter le bébé avec l'eau du bain*, *se faire appeler Arthur*, *sucrer les fraises*, *prendre un râteau*, *lever un lièvre*, *courir sur le haricot*...

(9) *to spill the beans*, *to kick the bucket*, *the shit hit the fan*...

Principe de compositionnalité

Le sens d'une phrase est construit (i.e. composé)

On est capable de comprendre une infinité d'énoncés de la langue.

Principe (Principe de compositionnalité)

La signification d'une expression est fonction de la signification de ses parties et de leurs modes de combinaison syntaxique.

La structure syntaxique est importante :

(7) a. Un hélicoptère a survolé un porte-avions.
 b. Un porte-avions a survolé un hélicoptère.

Est-ce que ce principe est robuste ? Peut-il être mis en échec ?

- Expressions idiomatiques

(8) *jeter le bébé avec l'eau du bain*, *se faire appeler Arthur*, *sucrer les fraises*, *prendre un râteau*, *lever un lièvre*, *courir sur le haricot*...

(9) *to spill the beans*, *to kick the bucket*, *the shit hit the fan*...

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Le vainqueur d'Iéna est mort en 1821. vrai

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Le vaincu de Waterloo est mort en 1821. vrai

Principe d'extensionnalité
dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Napoléon est mort en 1821. vrai

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Louis XVI est mort en 1821. faux

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Louis XVI est mort en 1821. faux

Principe d'extensionnalité

dit aussi de Leibniz ou de substitution

Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate.

Principe (Extensionnalité)

Soit α une expression linguistique et β un constituant de α. Si γ est une expression qui a la même dénotation que β, alors si dans α on remplace β par γ, la nouvelle expression obtenue ($[\gamma/\beta]\alpha$) a la même dénotation.

Exemple :

(10) Louis XVI est mort en 1821. faux

Le système sémantique que nous allons voir est extensionnel.
Les langues naturelles *ne sont pas* extensionnelles !

Conclusion intermédiaire

- Enjeu : spécifier systématiquement les conditions de vérités des phrases de la langue.
- Une condition de vérité = une description d'une partie de l'état du monde.
  - « les choses sont comme ci et comme ça... »
- Il faudra donc se donner les moyens de parler des « états du monde ».
- On décrira le sens des phrases au moyen d'un système de règles qui calculent la dénotation des expressions.
- Ce système formel (vériconditionnel) est un système logique : le calcul des prédicats.

Sémantique formelle

Montague (1970, 1973)

Montague (1970)

« *Il n'y a selon moi aucune différence théorique importante entre les langues naturelles et les langages artificiels des logiciens ; en effet, je considère que l'on peut comprendre ces deux types de langage au sein d'une même théorie naturelle et mathématiquement précise.* »

There is in my opinion no important theoretical difference between natural languages and the artificial languages of logicians; indeed, I consider it possible to comprehend the syntax and semantics of both kinds of languages within a single natural and mathematically precise theory.

Intermède : Manuels de sémantique formelle

- Gamut, L. T. F. (1991a). *Logic, Language, and Meaning. Volume 1: Introduction to Logic*. University of Chicago Press, Chicago & Gamut, L. T. F. (1991b). *Logic, Language, and Meaning. Volume 2: Intensional Logic and Logical Grammar*. University of Chicago Press, Chicago.
- Dowty, D. R., Wall, R. E., and Peters, S. (1981). *Introduction to Montague Semantics*. D. Reidel, Dordrecht.
- Chierchia, G. and McConnell-Ginet, S. (1990). *Meaning and Grammar: An Introduction to Semantics*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Bach, E. (1989). *Informal Lectures on Formal Semantics*. SUNY Press, Albany, N.Y.
- Heim, I. and Kratzer, A. (1997). *Semantics in Generative Grammar*. Blackwell Textbooks in Linguistics. Blackwell Publishers, Oxford.

Voir aussi : `http://l.roussarie.free.fr/?Manuel-de-semantique-formelle`

Le Langage Objet (LO)

Un langage pour écrire le sens des phrases

Pour décrire la langue comme un système formel, nous allons utiliser un langage intermédiaire, que nous appellerons le Langage Objet (LO).

- Pour commencer, LO = Langage du calcul des prédicats.
- Intérêts :
  - LO permet de représenter les sens de façon précise et compacte ;
  - LO est univoque, sans ambiguïté.
- Comme une langue naturelle, LO possède une syntaxe et une sémantique

Le Langage Objet (LO)

Un langage pour écrire le sens des phrases

Pour décrire la langue comme un système formel, nous allons utiliser un langage intermédiaire, que nous appellerons le Langage Objet (LO).

- Pour commencer, LO = Langage du calcul des prédicats.
- Intérêts :
  - LO permet de représenter les sens de façon précise et compacte ;
  - LO est univoque, sans ambiguïté.
- Comme une langue naturelle, LO possède une syntaxe et une sémantique

Vocabulaire de LO

Vocabulaire

Le vocabulaire de LO comporte :

- un ensemble de constantes d'individus :
  $\mathcal{C}ns_0 = \{\mathbf{a} ; \mathbf{b} ; \mathbf{c} ; \mathbf{d} ; \ldots ; \mathbf{a_1} ; \mathbf{a_2} ; \mathbf{a_3} ; \ldots ; \mathbf{b_1} ; \mathbf{b_2} ; \ldots\}$;
- un ensemble de variables : $\mathcal{V}ar = \{x ; y ; z ; x_1 ; x_2 ; \ldots ; y_1 ; y_2 ; \ldots\}$;
- un ensemble de constantes de prédicats :
  {**acteur** ; **gentil** ; **dormir** ; **canard** ; **aimer** ; **connaître** ; **donner** ; ...} ;
- un ensemble de symboles logiques : $\{\neg ; \wedge ; \vee ; \rightarrow ; \leftrightarrow ; = ; \forall ; \exists\}$;
- les crochets [ ] et les parenthèses ( ).

Syntaxe de LO

Termes et prédicats

Constantes d'individus : représentent des entités, objets du monde que l'on sait identifier.
≈ les noms propres dans les langues naturelles

Variables d'individus : représentent des entités, objets du monde que l'on ne sait pas identifier *a priori* ; « désignateurs anonymes ».
≈ les pronoms personnels des langues naturelles (*il*, *elle*...)

Definition (Termes)

Les variables et les constantes d'individus sont des **termes**.

Syntaxe de LO

Termes et prédicats

Constantes d'individus : représentent des entités, objets du monde que l'on sait identifier.
≈ les noms propres dans les langues naturelles

Variables d'individus : représentent des entités, objets du monde que l'on ne sait pas identifier *a priori* ; « désignateurs anonymes ».
≈ les pronoms personnels des langues naturelles (*il*, *elle*...)

Definition (Termes)

Les variables et les constantes d'individus sont des **termes**.

Constantes de prédicats : permettent de dire des choses au sujet des objets du monde ; ils expriment des propriétés ou des relations.
≈ adjectifs, verbes, substantifs...

Syntaxe de LO

Prédicats et arguments

Definition (Argument)

On appelle **argument** d'un prédicat ce à quoi s'applique ou ce que concerne le prédicat.

Definition (Arité)

On appelle **arité** d'un prédicat le nombre d'arguments qu'il prend. Ainsi, si un prédicat attend n arguments, on dit que son arité est n ; on dit aussi que le prédicat est n-aire, ou encore qu'il s'agit d'un prédicat à n places.
Un prédicat donné a une et une seule arité ; l'arité est une caractéristique déterminante des prédicats.

On considère qu'on connaît l'arité de chaque prédicat.

Syntaxe de LO

Constantes non logiques

Definition (Constantes non logiques)

$\mathcal{C}ns_n$ est l'ensemble des constantes de prédicats d'arité n dans LO.
L'ensemble des constantes non logiques est
$\mathcal{C}ns = \mathcal{C}ns_0 \cup \mathcal{C}ns_1 \cup \mathcal{C}ns_2 \cup \mathcal{C}ns_3 \cup \dots$

- $\mathcal{C}ns_0 = \{$**a** ; **b** ; **c** ; **d** ; ... ; $\mathbf{a_1}$; $\mathbf{a_2}$; $\mathbf{a_3}$; ... ; $\mathbf{b_1}$; $\mathbf{b_2}$; ...$\}$
- $\mathcal{C}ns_1 = \{$**acteur** ; **canard** ; **gentil** ; **italien** ; **dormir** ; ...$\}$
- $\mathcal{C}ns_2 = \{$**aimer** ; **connaître** ; **regarder** ; **frère** ; ; ...$\}$
- $\mathcal{C}ns_3 = \{$**donner** ; **montrer** ; **présenter** ; ...$\}$
- ...

⚠ Ce n'est pas le nom du prédicat qui définit son sens.

Constantes logiques

Symboles qui permettent de construire des expressions complexes à partir d'expressions plus simples.

$\wedge$: la conjonction ; « … *et*… »;

$\vee$: la disjonction ; « … *ou*… »;

$\rightarrow$: l'implication matérielle ; « *si*…, *alors*… »;

$\leftrightarrow$: l'équivalence matérielle ; « … *si et seulement si*… »;

$\neg$: la négation ; « *il est faux que*… »;

$\exists$, $\forall$: symboles de quantification
$\forall x \approx$ « *quel que soit* x, … », « *pour tout* x, … »
$\exists x \approx$ « *il existe un* x *tel que* … »

Expressions bien formées (EBF)

Les formules

- Un langage peut s'assimiler à l'ensemble de toutes ses « phrases » acceptables (i.e. grammaticales). On parlera d'expressions bien formées (EBF).
- (Pour l'instant) les EBF de LO sont des formules (= expressions qui peuvent être vraies ou fausses). Ou FBF (formules bien formées).
  - ➠ formule de LO ≈ phrase déclarative de la langue
- Syntaxe = ensemble des règles qui définissent *toutes* les EBF du langage.

Syntaxe de LO

Règles de bonne formation

Mode d'emploi des symboles de LO

Syntaxe

(Syn.1)
1. Si α est un terme et $P \in \mathcal{C}ns_1$, alors $P(\alpha)$ est une formule ;
2. Si α et β sont des termes et $P \in \mathcal{C}ns_2$, alors $P(\alpha, \beta)$ est une formule ;
3. Si α, β et γ sont des termes et $P \in \mathcal{C}ns_3$, alors $P(\alpha, \beta, \gamma)$ est une formule ;
4. etc.

(Syn.2) Si α et β sont des termes, alors $\alpha = \beta$ est une formule ;

(Syn.3) Si φ est une formule, alors $\neg\varphi$ est une formule ;

(Syn.4) Si φ et ψ sont des formules, alors $[\varphi \wedge \psi]$, $[\varphi \vee \psi]$, $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi]$ sont des formules ;

(Syn.5) Si φ est une formule et v une variable, alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi$ sont des formules.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
druide(m)

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
druide(m)

(12) Excalibur est une épée magique.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
druide(m)

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\textbf{épée}(\textbf{e}) \wedge \textbf{magique}(\textbf{e})]$

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
druide(m)

(12) Excalibur est une épée magique.
[**épée(e)** $\wedge$ **magique(e)**]

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a})$

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a}) \wedge$

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\textbf{druide}(\textbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\textbf{épée}(\textbf{e}) \wedge \textbf{magique}(\textbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\textbf{aimer}(\textbf{g}, \textbf{a}) \wedge \neg\textbf{aimer}(\textbf{a}, \textbf{g})]$

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a}) \wedge \neg\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{g})]$

(14) Le Graal est une coupe ou un récipient.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a}) \wedge \neg\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{g})]$

(14) Le Graal est une coupe ou un récipient.
$[\mathbf{coupe}(\mathbf{g_1}) \vee \mathbf{récipient}(\mathbf{g_1})]$

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a}) \wedge \neg\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{g})]$

(14) Le Graal est une coupe ou un récipient.
$[\mathbf{coupe}(\mathbf{g_1}) \vee \mathbf{récipient}(\mathbf{g_1})]$

(15) Si Karadoc mange, il est content.

Exemples de traductions

Thème

(11) Merlin est un druide.
$\mathbf{druide}(\mathbf{m})$

(12) Excalibur est une épée magique.
$[\mathbf{épée}(\mathbf{e}) \wedge \mathbf{magique}(\mathbf{e})]$

(13) Guenièvre aime Arthur, mais Arthur n'aime pas Guenièvre.
$[\mathbf{aimer}(\mathbf{g}, \mathbf{a}) \wedge \neg\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{g})]$

(14) Le Graal est une coupe ou un récipient.
$[\mathbf{coupe}(\mathbf{g_1}) \vee \mathbf{récipient}(\mathbf{g_1})]$

(15) Si Karadoc mange, il est content.
$[\mathbf{manger}(\mathbf{k}) \rightarrow \mathbf{content}(\mathbf{k})]$
$[\varphi \rightarrow \psi]$ $\leadsto$« si φ, alors ψ ».

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\textbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{\acute{e}l\acute{e}phant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{\acute{e}l\acute{e}phant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

Exemples de traductions (suite)
Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{éléphant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\textbf{chevalier}(x) \wedge \textbf{trahir}(x, \textbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\textbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\textbf{éléphant}(y) \wedge \textbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\textbf{chevalier}(x) \wedge \textbf{éléphant}(y)] \wedge \textbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\textbf{breton}(x) \rightarrow \textbf{aimer}(x, \textbf{a})]$

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\textbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \textbf{éléphant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\mathbf{breton}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]$

(19) Aucun chevalier n'est intrépide.

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{\acute{e}l\acute{e}phant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{\acute{e}l\acute{e}phant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\mathbf{breton}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]$

(19) Aucun chevalier n'est intrépide.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \neg\mathbf{intr\acute{e}pide}(x)]$
$\neg\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{intr\acute{e}pide}(x)]$

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{éléphant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\mathbf{breton}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]$

(19) Aucun chevalier n'est intrépide.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \neg\mathbf{intrépide}(x)]$
$\neg\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{intrépide}(x)]$

(20) Tous les chevaliers cherchent quelque chose.

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{éléphant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\mathbf{breton}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]$

(19) Aucun chevalier n'est intrépide.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \neg\mathbf{intrépide}(x)]$
$\neg\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{intrépide}(x)]$

(20) Tous les chevaliers cherchent quelque chose.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{chose}(y) \wedge \mathbf{chercher}(x, y)]]$

Exemples de traductions (suite)

Thème

(16) Un chevalier a trahi Arthur.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{trahir}(x, \mathbf{a})]$

(17) Des chevaliers ont vu des éléphants.
$\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{éléphant}(y) \wedge \mathbf{voir}(x, y)]]$
$\exists x \exists y[[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{éléphant}(y)] \wedge \mathbf{voir}(x, y)]$

(18) Tous les bretons aiment Arthur.
$\forall x[\mathbf{breton}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]$

(19) Aucun chevalier n'est intrépide.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \neg\mathbf{intrépide}(x)]$
$\neg\exists x[\mathbf{chevalier}(x) \wedge \mathbf{intrépide}(x)]$

(20) Tous les chevaliers cherchent quelque chose.
$\forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{chose}(y) \wedge \mathbf{chercher}(x, y)]]$
$\exists y[\mathbf{chose}(y) \wedge \forall x[\mathbf{chevalier}(x) \rightarrow \mathbf{chercher}(x, y)]]$

Exemples de traductions (suite)
Version

De quelles phrases du français ces formules pourraient être les traductions ?

(21) $\forall x[[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{blanc}(x)] \rightarrow \mathbf{posséder}(\mathbf{a}, x)]$

(22) $\forall x[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{rapide}(x)]$

(23) $\exists x[[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{rapide}(x)] \wedge \mathbf{blanc}(x)]$

(24) $\exists x[\mathbf{cheval}(x) \vee \mathbf{blanc}(x)]$

(25) $\neg\forall x[\mathbf{cheval}(x) \rightarrow \mathbf{rapide}(x)]$

(26) $\exists x[\mathbf{cheval}(x) \rightarrow \mathbf{rapide}(x)]$

Exemples de traductions (suite)

Version

De quelles phrases du français ces formules pourraient être les traductions ?

(21) $\forall x[[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{blanc}(x)] \rightarrow \mathbf{poss\acute{e}der}(\mathbf{a}, x)]$

(22) $\forall x[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{rapide}(x)]$

(23) $\exists x[[\mathbf{cheval}(x) \wedge \mathbf{rapide}(x)] \wedge \mathbf{blanc}(x)]$

(24) $\exists x[\mathbf{cheval}(x) \vee \mathbf{blanc}(x)]$

(25) $\neg\forall x[\mathbf{cheval}(x) \rightarrow \mathbf{rapide}(x)]$

(26) $\exists x[\mathbf{cheval}(x) \rightarrow \mathbf{rapide}(x)]$

Quand on traduit des phrases d'une langue naturelle

$\forall x[A(x) \rightarrow B(x)]$
$\exists x[A(x) \wedge B(x)]$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\exists z[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\exists z[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$$

(Syn.5.∃)

$$[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\exists z[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$$

$$\text{(Syn.5.}\exists\text{)}$$

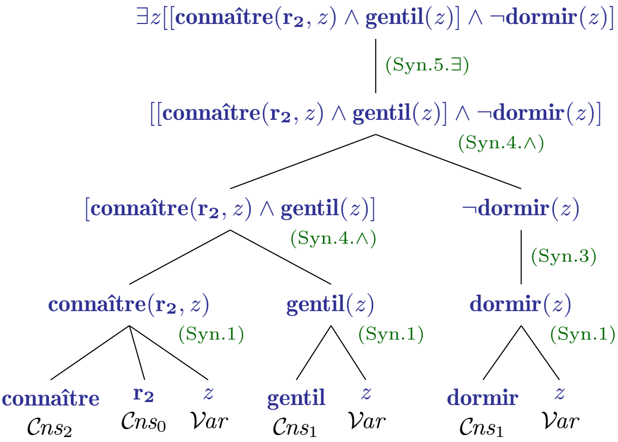
$$[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$$

$$\text{(Syn.4.}\wedge\text{)}$$

$$[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \qquad \neg\mathbf{dormir}(z)$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe



Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\exists x \forall x \exists y\, [\mathbf{aimer}(u, z) \vee \mathbf{aimer}(z, u)]$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\exists x \forall x \exists y\, [\textbf{aimer}(u, z) \vee \textbf{aimer}(z, u)]$$

(Syn.5.∃)

$$\forall x \exists y\, [\textbf{aimer}(u, z) \vee \textbf{aimer}(z, u)]$$

(Syn.5.∀)

$$\exists y\, [\textbf{aimer}(u, z) \vee \textbf{aimer}(z, u)]$$

(Syn.5.∃)

$$[\textbf{aimer}(u, z) \vee \textbf{aimer}(z, u)]$$

(Syn.4.∨)

$$\textbf{aimer}(u, z) \qquad \textbf{aimer}(z, u)$$

(Syn.1) (Syn.1)

$$\textbf{aimer} \quad u \quad z \qquad \textbf{aimer} \quad z \quad u$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\forall xy\, \mathbf{aimer}(x, y)$$

Anatomie d'une formule

Appliquer les règles de syntaxe

$$\forall xy\, \textbf{aimer}(x, y)$$

$\Big|$ (Syn.5.∀)

$$y\, \textbf{aimer}(x, y)$$

$\Big|$

Fail!

Récap'

- La syntaxe de LO nous permet de faire le tri entre les EBF et les séquences de symboles écrites n'importe comment.
- La syntaxe de LO anticipe sa sémantique :
  une expression bien formée = une expression interprétable (*meaningful expression*).

➠ Tout ce qu'on écrit dans LO doit avoir un sens proprement défini,

➠ et tout ce que l'on veut analyser sémantiquement devrait recevoir une formulation dans LO

Vers la sémantique de LO

- Rappel : le sens est ce qui détermine la dénotation
- Techniquement, le sens d'une expression est une sorte de règle de calcul de sa dénotation.
- Et la dénotation dépend de comment est le monde.

➠ Nous devons manipuler des configurations du monde.

- Rappel : Sens + État du monde → Dénotation

Modèles

Une image du monde

Un **modèle** ≈ une représentation mathématique du monde (rien que ça !)

Pour décrire le monde, il faut :

1. Spécifier les objets qu'il contient ⇒ le domaine ($\mathcal{A}$)
   $\mathcal{A}$ est un ensemble d'entités, d'individus.
2. Spécifier comment le monde est « organisé », indiquer ce qui s'y passe.
   Cela revient à spécifier les propriétés des individus, et les relations qu'ils entretiennent entre eux.
   Or propriétés et relations correspondent aux prédicats de LO.

➠ Déterminer une configuration du monde, c'est faire le lien entre le langage LO (prédicats) et les objets du modèle.
On formalise ce lien à l'aide d'une fonction, dite fonction d'interprétation (F).

$$F : \mathcal{C}ns \longrightarrow \mathcal{A}$$

Modèles

Définition (Modèle)

Un modèle (minimal) est un couple $\langle \mathcal{A}, F \rangle$, où $\mathcal{A}$ est un ensemble d'individu (c'est le domaine) et F est une fonction qui à chaque constante et prédicat du langage associe sa dénotation dans le modèle (F est la fonction d'interprétation).

- Interprétation des constantes d'individus :
  - À chaque constante, F associe un individu de $\mathcal{A}$.
  - Ex : $F(\textbf{a}) = \textsc{Arthur}$
- Interprétation des prédicats unaires :
  - À chaque prédicat unaire, F associe un ensemble d'individus de $\mathcal{A}$.
  - Ex : $F(\textbf{chevalier})$ = l'ensemble de tous les chevaliers de $\mathcal{A}$ = $\{\textsc{Lancelot} ; \textsc{Perceval} ; \textsc{Bohort} ; \textsc{Karadoc} ; \textsc{Gauvain} ; \ldots\}$
- Interprétation des prédicats binaires :
  - À chaque prédicat binaire, F associe un ensemble de couples d'individus de $\mathcal{A}$.
  - Ex : $F(\textbf{aimer}) = \{\langle \textsc{x}, \textsc{y} \rangle \mid \textsc{x} \text{ aime } \textsc{y}\}$

Exemple de modèle

A Midsummer Night's Model

Le modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ est défini comme suit.

$\mathcal{A} = \{$Thésée ; Hippolyta ; Hermia ; Héléna ; Lysandre ; Démétrius ; Egée ; Puck ; Obéron ; Titania ; Bottom$\}$

$F(\mathbf{t_1}) =$ Thésée, $F(\mathbf{h_1}) =$ Hippolyta, $F(\mathbf{h_2}) =$ Hermia, $F(\mathbf{h_3}) =$ Héléna, $F(\mathbf{l}) =$ Lysandre, $F(\mathbf{d}) =$ Démétrius, $F(\mathbf{e}) =$ Egée, $F(\mathbf{p}) =$ Puck, $F(\mathbf{o}) =$ Obéron, $F(\mathbf{t_2}) =$ Titania, $F(\mathbf{b}) =$ Bottom

$$F(\mathbf{aimer}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta} \rangle \ ; \\ \langle \text{Hippolyta}, \text{Thésée} \rangle \ ; \\ \langle \text{Lysandre}, \text{Hermia} \rangle \ ; \\ \langle \text{Hermia}, \text{Lysandre} \rangle \ ; \\ \langle \text{Démétrius}, \text{Hermia} \rangle \ ; \\ \langle \text{Héléna}, \text{Démétrius} \rangle \ ; \\ \langle \text{Titania}, \text{Bottom} \rangle \end{array} \right\}$$

$F(\mathbf{elfe}) = \{$Obéron ; Titania ; Puck$\}$

$F(\mathbf{\hat{a}ne}) = \{$Bottom$\}$

$F(\mathbf{farceur}) = \{$Thésée ; Obéron ; Titania ; Puck$\}$

$F(\mathbf{triste}) = \{$Héléna$\}$

$$F(\mathbf{mari\text{-}de}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta} \rangle \ ; \\ \langle \text{Obéron}, \text{Titania} \rangle \end{array} \right\}$$

$$F(\mathbf{p\grave{e}re\text{-}de}) = \left\{ \langle \text{Egée}, \text{Hermia} \rangle \right\}$$

Interprétation des expressions de LO

Notation 1

Soit α une expression bien formée de LO.
$[\![\alpha]\!]$ représente la valeur sémantique de α.

Notation 2

Soit α une expression bien formée de LO et $\mathcal{M}$ un modèle.
$[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}}$ représente la dénotation de α relativement au modèle $\mathcal{M}$.

Definition (Interprétation des constantes non logiques)

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

1. Si a est une constante d'individu, alors $[\![a]\!]^{\mathcal{M}} = F(a)$; i.e. l'individu de $\mathcal{A}$ assigné à a par F.
2. Si P est une constante de prédicat, alors $[\![P]\!]^{\mathcal{M}} = F(P)$; i.e. un ensemble d'individus de $\mathcal{A}$ si P est unaire, un ensemble de couples d'individus de $\mathcal{A}$ si P est binaire, etc.

Interprétation des formules de LO

Dans quels cas une FBF est vraie ?

Définition (Interprétation des formules – début)

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

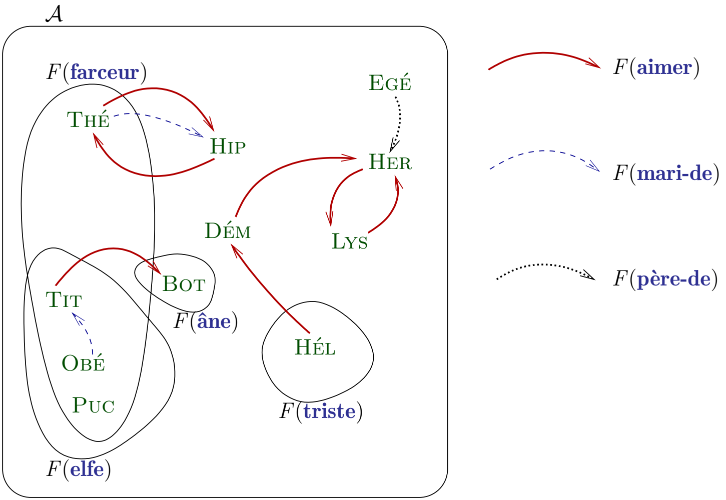
(Sem.1)
1. $[\![P(a)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![a]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
2. $[\![P(a, b)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![a]\!]^{\mathcal{M}}, [\![b]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
3. $[\![P(a, b, c)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![a]\!]^{\mathcal{M}}, [\![b]\!]^{\mathcal{M}}, [\![c]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
4. etc.

(Sem.2) $[\![\alpha = \beta]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M}}$.

(Sem.3) $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

(Sem.4)
1. $[\![[\varphi \wedge \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ *et* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
2. $[\![[\varphi \vee \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
3. $[\![[\varphi \rightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
4. $[\![[\varphi \leftrightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M}}$.

Le modèle en dessin



Exemples d'interprétations

(27) $[\![\textbf{âne(p)}]\!]^{\mathcal{M}} =?$

Exemples d'interprétations

(27) $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1a)

b. $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{p})$ (Def.8)

c. $= \textsc{Puck}$ $(\mathcal{M})$

d. $[\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{âne})$ (Def.8)

e. $= \{\textsc{Bottom}\}$ $(\mathcal{M})$

f. Est-ce que $\textsc{Puck} \in \{\textsc{Bottom}\}$? Non.

g. Donc $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \notin [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$

h. Et donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

Exemples d'interprétations

(27) $[\![\textbf{âne(p)}]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{âne(p)}]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1a)

b. $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{p})$ (Def.8)

c. $=$ Puck ($\mathcal{M}$)

d. $[\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{âne})$ (Def.8)

e. $= \{$Bottom$\}$ ($\mathcal{M}$)

f. Est-ce que Puck $\in \{$Bottom$\}$? Non.

g. Donc $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \notin [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$

h. Et donc $[\![\textbf{âne(p)}]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

(28) $[\![\neg\textbf{âne(p)}]\!]^{\mathcal{M}} =?$

Exemples d'interprétations

(27) $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1a)

b. $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{p})$ (Def.8)

c. $= \textsc{Puck}$ $(\mathcal{M})$

d. $[\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{âne})$ (Def.8)

e. $= \{\textsc{Bottom}\}$ $(\mathcal{M})$

f. Est-ce que $\textsc{Puck} \in \{\textsc{Bottom}\}$? Non.

g. Donc $[\![\textbf{p}]\!]^{\mathcal{M}} \notin [\![\textbf{âne}]\!]^{\mathcal{M}}$

h. Et donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

(28) $[\![\neg\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\neg\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ car $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ (Sem.3)

Exemples d'interprétations (suite)

(29) $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1.b)

b. $[\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{o}) =$ Obéron

c. $[\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{t}_2) =$ Titania

d. $[\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{mari-de}) =$
{⟨Thésée, Hippolyta⟩ ; ⟨Obéron, Titania⟩}

e. Est-ce que
⟨Obéron, Titania⟩ ∈ {⟨Thésée, Hippolyta⟩ ; ⟨Obéron, Titania⟩} ?
Oui.

f. Donc $\langle [\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}}$

g. Donc $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

Exemples d'interprétations (suite)

(29) $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1.b)

b. $[\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{o}) =$ Obéron

c. $[\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{t}_2) =$ Titania

d. $[\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\textbf{mari-de}) =$
{⟨Thésée, Hippolyta⟩ ; ⟨Obéron, Titania⟩}

e. Est-ce que
⟨Obéron, Titania⟩ ∈ {⟨Thésée, Hippolyta⟩ ; ⟨Obéron, Titania⟩} ?
Oui.

f. Donc $\langle [\![\textbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\textbf{t}_2]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\textbf{mari-de}]\!]^{\mathcal{M}}$

g. Donc $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{o}, \textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

(30) $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{t}_2, \textbf{o})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{mari-de}(\textbf{t}_2, \textbf{o})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$
car
⟨Titania, Obéron⟩ ∉ {⟨Thésée, Hippolyta⟩ ; ⟨Obéron, Titania⟩}

Exemples d'interprétations (suite)

(29) $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{t_2})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{t_2})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![\mathbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\mathbf{t_2}]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\mathbf{mari\text{-}de}]\!]^{\mathcal{M}}$ (Sem.1.b)

b. $[\![\mathbf{o}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\mathbf{o}) =$ OBÉRON

c. $[\![\mathbf{t_2}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\mathbf{t_2}) =$ TITANIA

d. $[\![\mathbf{mari\text{-}de}]\!]^{\mathcal{M}} = F(\mathbf{mari\text{-}de}) =$
{⟨THÉSÉE, HIPPOLYTA⟩ ; ⟨OBÉRON, TITANIA⟩}

e. Est-ce que
⟨OBÉRON, TITANIA⟩ ∈ {⟨THÉSÉE, HIPPOLYTA⟩ ; ⟨OBÉRON, TITANIA⟩} ?
Oui.

f. Donc $\langle [\![\mathbf{o}]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\mathbf{t_2}]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![\mathbf{mari\text{-}de}]\!]^{\mathcal{M}}$

g. Donc $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{t_2})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

(30) $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{t_2}, \mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{t_2}, \mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$
car
⟨TITANIA, OBÉRON⟩ ∉ {⟨THÉSÉE, HIPPOLYTA⟩ ; ⟨OBÉRON, TITANIA⟩}

(31) $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{t_1}, \mathbf{h_1})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\mathbf{mari\text{-}de}(\mathbf{t_1}, \mathbf{h_1})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
car
⟨THÉSÉE, HIPPOLYTA⟩ ∈ {⟨THÉSÉE, HIPPOLYTA⟩ ; ⟨OBÉRON, TITANIA⟩}

Exemples d'interprétations (suite)

(32) $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \vee \mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \vee \mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ou $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.b)

b. Or $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car Bottom $\in F(\mathbf{\hat{a}ne})$.

c. Donc $[\![\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \vee \mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

Exemples d'interprétations (suite)

(32) $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \vee \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \vee \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ou $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.b)

b. Or $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car Bottom $\in F(\textbf{âne})$.

c. Donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \vee \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

(33) $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \wedge \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \wedge \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ et $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.a)

b. Or $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

c. Donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \wedge \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

Exemples d'interprétations (suite)

(34) $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ ou $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.c)

b. Or $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, donc il faudrait que $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ aussi pour que toute la formule soit vraie,

c. Mais $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

d. Donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

Exemples d'interprétations (suite)

(34) $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ ou $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.c)

b. Or $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, donc il faudrait que $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ aussi pour que toute la formule soit vraie,

c. Mais $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

d. Donc $[\![\textbf{âne}(\textbf{b}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

(35) $[\![\textbf{âne}(\textbf{p}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} =?$

a. $[\![\textbf{âne}(\textbf{p}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ ou $[\![\textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (Sem.4.c)

b. Or $[\![\textbf{âne}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$,

c. Donc la suite n'a pas d'importance, et $[\![\textbf{âne}(\textbf{p}) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{b})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

Sur les formules quantifiées

Comment interpréter $\exists x\varphi$ et $\forall x\varphi$?

- **Intuitivement :**
  - $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi il existe au moins une valeur de x tq $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
  et
  - $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour toute valeur de x, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

Sur les formules quantifiées

Comment interpréter $\exists x \varphi$ et $\forall x \varphi$?

- **Intuitivement :**
  - $[\![\exists x \varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi il existe au moins une valeur de x tq $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
    et
  - $[\![\forall x \varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour toute valeur de x, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
- **Problème :** qu'est-ce qu'une valeur de x ? On n'a pas de règle pour $[\![x]\!]^{\mathcal{M}}$.
- **Solution (trop) simple :** les constantes vont jouer le rôle des valeurs pour les variables.
  - Technique : pour interpréter une formule quantifiée, on va remplacer les variables par des constantes.
  - Précaution : on postule qu'à tout individu de $\mathcal{A}$ correspond au moins une constante de LO.

Interprétation des formules quantifiées

Définition (Interprétation des formules – fin)

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

(Sem.5)
1. $[\![\exists v \varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve (au moins) une constante κ dans $\mathcal{C}ns_0$ telle que $[\![[\kappa/v]\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
2. $[\![\forall v \varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour toute constante κ de $\mathcal{C}ns_0$, $[\![[\kappa/v]\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

$[\kappa/v]\varphi$ est la formule φ dans laquelle on a remplacé toutes les occurrences de v par κ.

$$[\mathbf{b}/x][\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(x, y) \vee \exists z\, \mathbf{mari\text{-}de}(y, z)]]$$
$$=$$
$$[\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{b}, y) \vee \exists z\, \mathbf{marie\text{-}de}(y, z)]]$$

(Réalité, c'est un peu inexact : cela ne concerne que les variables dites *libres* ; mais on reviendra dessus)

$$[\mathbf{b}/x][\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(x, y) \vee \exists x\, \mathbf{mari\text{-}de}(y, x)]]$$
$$=$$
$$[\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{b}, y) \vee \exists x\, \mathbf{marie\text{-}de}(y, x)]]$$

Interprétation des formules quantifiées
Exemples (∃)

(36) $[\![\exists x[\mathbf{elfe}(x) \wedge \mathbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. On va calculer :
   (i) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{t_1}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{t_1})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (ii) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_1}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{h_1})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (iii) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_2}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{h_2})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (iv) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_3}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{h_3})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (v) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{l}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{l})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (vi) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{d}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{d})]]\!]^{\mathcal{M}}$
   (vii) etc.
   jusqu'à ce que l'on trouve le résultat 1.

b. Evidemment on a intérêt à commencer par une constante qui marche (quand elle existe), par exemple **o**,

c. dans ce cas (ie si la formule est vraie) on a **un seul** calcul à faire.

d. Mais pour montrer qu'une telle formule est fausse, il faut faire *tous* les calculs et trouver 0 à chaque fois.

Interprétation des formules quantifiées

Exemples (∀)

(37) $[\![\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \mathbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. Il faut calculer :

(i) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{t_1}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{t_1})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(ii) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_1}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{h_1})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(iii) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_2}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{h_2})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(iv) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{h_3}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{h_3})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(v) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{l}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{l})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(vi) $[\![[\mathbf{elfe}(\mathbf{d}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{d})]]\!]^{\mathcal{M}}$

(vii) etc.

et trouver le résultat 1 **à chaque fois**.

b. Donc ici on doit **répéter** le calcul (autant de fois qu'il y a de constantes dans LO/d'individus dans $\mathcal{A}$) pour montrer que la formule est vraie.

c. Evidemment dès qu'on trouve 0, on s'arrête : ça prouve que la formule entière est fausse.

Méthode rapide pour les cas simples

Pour une formule de la forme $\exists x[P(x) \wedge Q(x)]$:

$[\![\exists x[P(x) \wedge Q(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![P]\!]^{\mathcal{M}} \cap [\![Q]\!]^{\mathcal{M}} \neq \varnothing$

Pour une formule de la forme $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$:

$[\![\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![P]\!]^{\mathcal{M}} \subset [\![Q]\!]^{\mathcal{M}}$

Plusieurs quantificateurs

(38) $[\![\forall x \exists y\, \textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. Instructions pour montrer que c'est vrai dans $\mathcal{M}$:

(i) **Répéter** le calcul de $[\![\exists y\, \textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}}$ pour toutes les valeurs de x

(ii) A chaque fois, **trouver une valeur** de y pour que $[\![\textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

On doit donc répéter la recherche de valeur pour y (ii) autant fois qu'il y a de valeur pour x.

(39) $[\![\exists y \forall x\, \textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}} = ?$

a. Instructions pour montrer que c'est vrai dans $\mathcal{M}$:

(i) **Trouver une valeur** de y pour que $[\![\forall x\, \textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

(ii) Avec cette valeur, **répéter** le calcul de $[\![\textbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}}$ pour toutes les valeurs de x (et obtenir 1 à chaque fois).

Donc ici, une seule valeur de y à trouver.

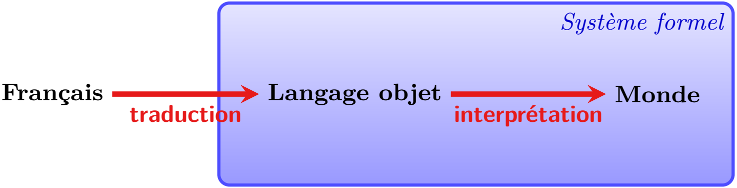
Analyse sémantique

Français $\longrightarrow$ **Langage objet** $\longrightarrow$ **Monde**

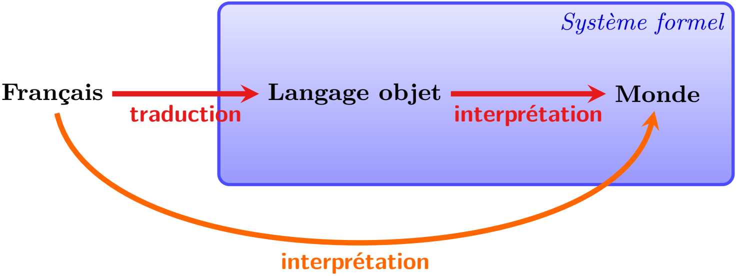
Analyse sémantique

Français $\xrightarrow[\text{traduction}]{}$ **Langage objet** $\xrightarrow[\text{interprétation}]{}$ **Monde**

Analyse sémantique



Analyse sémantique



Méthode indirecte
Méthode directe

Conséquence logique

Relations de sens (1)

Definition (Conséquence logique (*entailment*))

Une phrase B est une conséquence logique d'une phrase A ssi dans tous les cas (= modèles) où A est vraie, B est vraie aussi.
Notation : $A \models B$

Conséquence logique

Relations de sens (1)

Definition (Conséquence logique (*entailment*))

Une phrase B est une conséquence logique d'une phrase A ssi dans tous les cas (= modèles) où A est vraie, B est vraie aussi.
Notation : $A \models B$

Donc $A \models B$ ssi on ne peut pas avoir *à la fois* A vraie et B fausse.
Exemple :

(40) a. Jean a réparé l'ordinateur.
$\models$
b. Quelqu'un a réparé l'ordinateur.

Conséquence logique

Relations de sens (1)

Definition (Conséquence logique (*entailment*))

Une phrase B est une conséquence logique d'une phrase A ssi dans tous les cas (= modèles) où A est vraie, B est vraie aussi.
Notation : $A \models B$

Donc $A \models B$ ssi on ne peut pas avoir *à la fois* A vraie et B fausse.
Exemple :

(40) a. Jean a réparé l'ordinateur.
$\models$
b. Quelqu'un a réparé l'ordinateur.

Un système sémantique doit rendre compte des conséquences logiques.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Normalement si $A \models B$, alors $\neg A \not\models B$.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Normalement si $A \models B$, alors $\neg A \not\models B$.
Mais :

(41) a. Fred est allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Normalement si $A \models B$, alors $\neg A \not\models B$.
Mais :

(41) a. Fred est allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

(42) a. Fred n'est pas allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Normalement si $A \models B$, alors $\neg A \not\models B$.
Mais :

(41) a. Fred est allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

(42) a. Fred n'est pas allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

- (41b) et (42b) ne sont pas des conséquences logiques mais des présuppositions. On dira que (41a) *présuppose* (41b).
- Les présuppositions résistent à la négation.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Les présuppositions fonctionnent comme des **préconditions** pragmatiques d'un énoncé ; elles doivent être **préalablement** vraies.

Présuppositions

Si A présuppose B et si B est fausse, alors A n'est ni vraie ni fausse (*truth value gap*).

(43) L'actuel roi de France est chauve.

Présuppositions

Relations de sens (2)

Les présuppositions fonctionnent comme des **préconditions** pragmatiques d'un énoncé ; elles doivent être **préalablement** vraies.

Présuppositions

Si A présuppose B et si B est fausse, alors A n'est ni vraie ni fausse (*truth value gap*).

(43) L'actuel roi de France est chauve.

- Nous considérerons (peut-être à tort) que les présuppositions ne font pas partie des conditions de vérité proprement dites.
- Elles font plutôt partie du contexte.
- Conditions de vérité = « ce qui reste quand on a enlevé les présuppositions ».

Implicatures conversationnelles

Relations de sens (3)

Implicature conversationnelle

Une implicature conversationnelle est une déduction par défaut que l'on tire en raisonnant à partir du sens d'une phrase et des « règles du jeu » de la conversation.

Implicatures conversationnelles

Relations de sens (3)

Implicature conversationnelle

Une implicature conversationnelle est une déduction par défaut que l'on tire en raisonnant à partir du sens d'une phrase et des « règles du jeu » de la conversation.

Exemples :

(44) a. J'ai 4 euros sur moi.
b. Je n'ai pas plus de 4 euros sur moi.

(45) a. Pierre et Anne sont allés au cinéma hier soir.
b. Ils y sont allés ensembles.

Implicatures conversationnelles

Relations de sens (3)

Implicature conversationnelle

Une implicature conversationnelle est une déduction par défaut que l'on tire en raisonnant à partir du sens d'une phrase et des « règles du jeu » de la conversation.

Exemples :

(44) a. J'ai 4 euros sur moi.
b. Je n'ai pas plus de 4 euros sur moi.

(45) a. Pierre et Anne sont allés au cinéma hier soir.
b. Ils y sont allés ensembles.

- Nous considérerons (peut-être à tort) que les implicatures ne font pas partie des conditions de vérité.

Référence

Bach, E. (1989). *Informal Lectures on Formal Semantics*. SUNY Press, Albany, N.Y.

Chierchia, G. and McConnell-Ginet, S. (1990). *Meaning and Grammar: An Introduction to Semantics*. MIT Press, Cambridge, MA.

Dowty, D. R., Wall, R. E., and Peters, S. (1981). *Introduction to Montague Semantics*. D. Reidel, Dordrecht.

Frege, G. (1892). Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 100:22–50.

Gamut, L. T. F. (1991a). *Logic, Language, and Meaning. Volume 1: Introduction to Logic*. University of Chicago Press, Chicago.

Gamut, L. T. F. (1991b). *Logic, Language, and Meaning. Volume 2: Intensional Logic and Logical Grammar*. University of Chicago Press, Chicago.

Heim, I. and Kratzer, A. (1997). *Semantics in Generative Grammar*. Blackwell Textbooks in Linguistics. Blackwell Publishers, Oxford.

Montague, R. (1970). Universal grammar. *Theoria*, 36:373–398.

Montague, R. (1973). The proper treatment of quantification in ordinary English. In Hintikka, K. J. J., Moravcsik, J. M. E., and Suppes, P., editors, *Approaches to Natural Language*, pages 221–242. Reidel, Dordrecht.