Sémantique formelle – Langage du calcul des prédicats
Exercices

Théorie sémantique, L. Roussarie

Exercice 1 (Entrainement à la traduction)
Traduisez en LO les phrases françaises ci-dessous. Vous choisirez les noms de prédicats et de constantes comme cela vous arrange, mais vous indiquerez à chaque fois quel est le sens qu'on doit leur associer. On ne tiendra pas compte de valeur sémantique des temps verbaux (i.e. on les néglige).

Méthode : pour chaque phrase, vous vous demanderez qu'est-ce qu'il faut et qu'il suffit d'avoir pour que cette phrase soit vraie, puis vous retranscrivez la réponse dans LO.

1. Alexandre n'est pas ennuyeux.
2. Tout est sucré ou salé.
3. Soit tout est sucré, soit tout est salé.
4. Qui dort dîne.
5. C'est Pierre qui est quadrumane.
6. Il y a des hommes qui ne sont pas unijambistes.
7. Tout le monde aime quelqu'un.
8. Si tous les homards sont gauchers alors Alfred aussi est gaucher.
9. Quelqu'un a envoyé une lettre anonyme à Anne.
10. Seule Chloé est réveillée.

Exercice 2 (Entrainement à la traduction)
Même exercice.

1. Il existe des éléphants roses.
2. Quelque chose me gratouille et me chatouille.
3. Quelque chose me gratouille et quelque chose me chatouille.
4. Nimes est entre Avignon et Montpellier.
5. S'il y a des perroquets ventriloques, alors Jacko en est un.
6. Anne a reçu une lettre de Jean, mais elle n'a rien reçu de Pierre.
7. Tout fermier qui possède un âne est riche.
8. Il y a quelqu'un qui a acheté une batterie et qui est en train d'en jouer.
9. Il y a un seul océan.
10. Personne n'aime personne.

Exercice 3 (Interprétation dans un modèle)
Soit le modèle $\mathcal{M} = \langle A, F \rangle$, défini comme suit.

$A = \{$Thésée ; Hippolyta ; Hermia ; Héléna ; Lysandre ; Démétrius ; Egée ; Puck ; Obéron ; Titania ; Bottom$\}$

$F(\mathbf{t}_1) =$ Thésée, $F(\mathbf{h}_1) =$ Hippolyta, $F(\mathbf{h}_2) =$ Hermia, $F(\mathbf{h}_3) =$ Héléna, $F(\mathbf{l}) =$ Lysandre, $F(\mathbf{d}) =$ Démétrius, $F(\mathbf{e}) =$ Egée, $F(\mathbf{p}) =$ Puck, $F(\mathbf{o}) =$ Obéron, $F(\mathbf{t}_2) =$ Titania, $F(\mathbf{b}) =$ Bottom

$$F(\mathbf{aimer}) = \left\{\begin{array}{l} \langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta} \rangle \ ; \\ \langle \text{Hippolyta}, \text{Thésée} \rangle \ ; \\ \langle \text{Lysandre}, \text{Hermia} \rangle \ ; \\ \langle \text{Hermia}, \text{Lysandre} \rangle \ ; \\ \langle \text{Démétrius}, \text{Hermia} \rangle \ ; \\ \langle \text{Héléna}, \text{Démétrius} \rangle \ ; \\ \langle \text{Titania}, \text{Bottom} \rangle \end{array}\right\}$$

$F(\mathbf{elfe}) = \{$Obéron ; Titania ; Puck$\}$
$F(\mathbf{\hat{a}ne}) = \{$Bottom$\}$
$F(\mathbf{farceur}) = \{$Thésée ; Obéron ; Titania ; Puck$\}$
$F(\mathbf{triste}) = \{$Héléna$\}$
$$F(\mathbf{mari\text{-}de}) = \left\{\begin{array}{l} \langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta} \rangle \ ; \\ \langle \text{Obéron}, \text{Titania} \rangle \end{array}\right\}$$
$F(\mathbf{p\grave{e}re\text{-}de}) = \{\langle \text{Egée}, \text{Hermia} \rangle\}$

1. Calculez (en justifiant vos résultats) la dénotation dans $\mathcal{M}$ des formules suivantes :

(1) $[\mathbf{aimer}(\mathbf{l}, \mathbf{h}_2) \vee \mathbf{aimer}(\mathbf{d}, \mathbf{h}_3)]$

(2) $[\mathbf{aimer}(\mathbf{d}, \mathbf{h}_2) \wedge \exists x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{d})]$

(3) $\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \mathbf{farceur}(x)]$

(4) $\exists x \exists y \exists z[\mathbf{p\grave{e}re\text{-}de}(z, y) \wedge \mathbf{aimer}(x, y)]$

2. Dites si les phrases suivantes sont vraies ou fausses par rapport au modèle $\mathcal{M}$. Vous justifierez vos réponses *informellement* (c'est-à-dire en français et sans trop entrer dans les détails).

(5) Tous les maris aiment leur femme.

(6) Si on est aimé de personne, alors on est triste.

(7) Tout âne est aimé.

(8) Il est faux que Hippolyta n'aime pas Thésée.

3. Dites comment doit-on modifier le modèle $\mathcal{M}$ pour qu'il représente une configuration du monde telle que : Obéron et Titania s'aiment (mutuellement), Héléna et Démétrius s'aiment (mutuellement), Démétrius n'aime plus Hermia, Héléna n'est pas triste, et Bottom n'est pas un âne, mais un charpentier.

Corrigé

Exercice 1 Traduction Fr $\leadsto$ LO.

Remarques générales. Ne *jamais* traduire un nom commun par une constante. Et, selon notre convention, on traduit les noms propres par des constantes (et pas par des prédicats). Les crochets qui encadrent *complètement* une formule (comme dans $[\exists x \dots]$) peuvent être omis (mais surtout pas des crochets qui se trouvent après un quantificateur, comme dans $\exists x[\dots]$).

Ci-dessous, **hum** signifie « humain » (i.e. $\mathbf{hum}(x)$ veut « x est un humain »).

1. Alexandre n'est pas ennuyeux.
   $\leadsto \neg\mathbf{ennuyeux}(\mathbf{a})$
2. Tout est sucré ou salé.
   $\leadsto \forall x[\mathbf{sucré}(x) \vee \mathbf{salé}(x)]$
   Signifie que pour chaque chose qu'on examine, elle est sucrée ou salée (on peut donc à l'arrivée avec un mix de choses sucrées et de choses salées). De plus, *sucré* et *salé* ne s'excluent pas mutuellement (on peut avoir des choses sucrées et salées à la fois – d'ailleurs ça existe).
3. Soit tout est sucré, soit tout est salé.
   $\leadsto [\forall x\, \mathbf{sucré}(x) \vee \forall x\, \mathbf{salé}(x)]$
   Signifie que toutes les choses sont sucrées ou bien que toutes les choses sont salées : on ne peut pas avoir de mix.
4. Qui dort dîne.
   $\leadsto \forall x[\mathbf{dormir}(x) \rightarrow \mathbf{dîner}(x)]$
5. C'est Pierre qui est quadrumane.
   $\leadsto \mathbf{quadrumane}(\mathbf{p})$
   La phrase présuppose qu'il y a quelqu'un qui est quadrumane (peut-être même une seule personne). La traduction ne rend pas compte de la présupposition (comme vu en cours). Si on tient absolument à intégrer la présupposition dans la traduction, cela donnera :
   $[\mathbf{quadrumane}(\mathbf{p}) \wedge \forall x[\mathbf{quadrumane}(x) \rightarrow x = \mathbf{p}]]$ ou $\forall x[\mathbf{quadrumane}(x) \leftrightarrow x = \mathbf{p}]$
6. Il y a des hommes qui ne sont pas unijambistes.
   $\leadsto \exists x[\mathbf{homme}(x) \wedge \neg\mathbf{unij}(y)]$
7. Tout le monde aime quelqu'un.
   $\leadsto \forall x \exists y\, \mathbf{aimer}(x, y)$
   ou $\forall x[\mathbf{hum}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{hum}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x, y)]]$
   Mais on peut trouver une autre lecture à cette phrase :
   $\exists y \forall x\, \mathbf{aimer}(x, y)$
   ou $\exists y[\mathbf{hum}(y) \wedge \forall x[\mathbf{hum}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, y)]]$
   C-à-d il y a une personne que tous le monde aime.
8. Si tous les homards sont gauchers alors Alfred aussi est gaucher.
   $\leadsto [\underbrace{\forall x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)]}_{\text{tous les homards sont gauchers}} \rightarrow \underbrace{\mathbf{gaucher}(\mathbf{a})}_{\text{A. est gaucher}}]$
9. Quelqu'un a envoyé une lettre anonyme à Anne.
   $\leadsto \exists x[\mathbf{hum}(x) \wedge \exists y[[\mathbf{lettre}(y) \wedge \mathbf{anon}(y)] \wedge \mathbf{envoyer}(x, y, \mathbf{a})]]$
10. Seule Chloé est réveillée.
    $\leadsto \forall x[\mathbf{réveillé}(x) \leftrightarrow x = \mathbf{c}]$

Qui signifie précisément « tous ceux qui sont réveillé sont Chloé (et tous ceux qui sont Chloé sont réveillés », ce qui veut bien dire qu'il n'y a que Chloé qui est réveillée. Mais on peut aussi proposer $\forall x[\textbf{réveillé}(x) \rightarrow x = \mathbf{c}]$, qui n'a pas le même sens, et qui là exclut le présupposé (car la phrase présuppose que Chloé est réveillée).

Exercice 2 Traductions.

1. Il existe des éléphants roses.
   $\leadsto \exists x[\textbf{éléphant}(x) \wedge \textbf{rose}(x)]$
2. Quelque chose me gratouille et me chatouille.
   $\leadsto \exists x[\textbf{gratouiller}(x, \mathbf{l}) \wedge \textbf{chatouiller}(x, \mathbf{l})]$ (avec $\mathbf{l}$ pour le locuteur ; on peut aussi traduire *je* par une variable libre)
   Ici il y a une chose (au moins) qui à la fois me gratouille et me chatouille.
3. Quelque chose me gratouille et quelque chose me chatouille.
   $\leadsto [\exists x\, \textbf{gratouiller}(x, \mathbf{l}) \wedge \exists x\, \textbf{chatouiller}(x, \mathbf{l})]$
   Ici il y a une chose qui me gratouille et il y a une chose qui me chatouille ; ça peut être deux choses différentes (mais pas forcément). NB : la même variable x est utilisée, mais rien n'oblige à ce qu'elle renvoie à la même chose dans les deux sous-formules.
4. Nimes est entre Avignon et Montpellier.
   $\leadsto \textbf{être-entre}(\mathbf{n}, \mathbf{a}, \mathbf{m})$
   Avec $\textbf{entre}(x, y, z)$ qui signifie que x est entre y et z. *Entre* est une préposition qui, sémantiquement, a besoin de 2 « compléments ».
   On n'a, évidemment, *absolument* pas le droit d'écrire $\textbf{être-entre}(\mathbf{n}, \mathbf{a} \wedge \mathbf{m})$, car $\wedge$ ne connecte que des formules.
5. S'il y a des perroquets ventriloques, alors Jacko en est un.
   $\leadsto [\underbrace{\exists x[\textbf{perroquet}(x) \wedge \textbf{ventriloque}(x)]}_{\text{il y a des perroquets ventriloques}} \rightarrow \underbrace{[\textbf{perroquet}(\mathbf{j}) \wedge \textbf{ventriloque}(\mathbf{j})]}_{\text{J. est un perroquet ventriloque}}]$
6. Anne a reçu une lettre de Jean, mais elle n'a rien reçu de Pierre.
   $\leadsto \underbrace{\exists x[\textbf{lettre}(x) \wedge \textbf{recevoir}(\mathbf{a}, x, \mathbf{j})]}_{\text{il y a une lettre qu'A. a reçu de J.}} \wedge \underbrace{\neg\exists y\, \textbf{recevoir}(\mathbf{a}, y, \mathbf{p})}_{\text{il n'existe pas quelque chose qu'A. a reçu de P.}}$
   Recevoir est un verbe ditransitif, i.e. à 3 arguments ; $\textbf{recevoir}(x, y, z)$ signifie x reçoit y de z.
7. Tout fermier qui possède un âne est riche.
   $\leadsto \underbrace{\forall x[\underbrace{[\textbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\textbf{âne}(y) \wedge \textbf{posséder}(x, y)]]}_{x \text{ est un fermier qui possède un âne}} \rightarrow \textbf{riche}(x)]}_{\text{pour tout } x\text{, si } x \text{ est un fermier qui possède un âne, alors } x \text{ est riche}}$
8. Il y a quelqu'un qui a acheté une batterie et qui est en train d'en jouer.
   $\leadsto \exists x[\textbf{humain}(x) \wedge \exists y[\textbf{batterie}(y) \wedge \textbf{acheter}(x, y) \wedge \textbf{jouer}(x, y)]]$
9. Il y a un seul océan.
   $\leadsto \exists x[\textbf{océan}(x) \wedge \forall y[\textbf{océan}(y) \rightarrow y = x]]$
   C'est-à-dire : il existe un objet (x) qui est un océan, et tout ce qui est un océan, c'est x. Donc il n'y a pas d'autre océan que x. On peut aussi proposer la formule suivante, qui est complètement équivalente :
   $\exists x[\textbf{océan}(x) \wedge \neg\exists y[\textbf{océan}(y) \wedge \neg y = x]]$
10. Personne n'aime personne.
    Attention : cette phrase est ambiguë.

a. $\rightsquigarrow \underbrace{\neg\,\underbrace{\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \underbrace{\exists y[\mathbf{humain}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]}_{x \text{ aime quelqu'un}}]}_{\text{il y a au moins un individu qui aime quelqu'un}}}_{\text{il n'y a pas d'individu qui aime quelqu'un}}$

ou

$\underbrace{\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \underbrace{\forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x,y)]}_{x \text{ n'aime personne}}]}_{\text{chaque individu n'aime personne}}$

ou

$\underbrace{\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \underbrace{\neg\exists y[\mathbf{humain}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]}_{x \text{ n'aime personne}}]}_{\text{chaque individu n'aime personne}}$

ou

$\forall x \forall y[[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{humain}(y)] \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x,y)]$

Ces traductions (qui sont équivalentes entre elles) signifient qu'aucun individu n'éprouve de l'affection pour quiconque. Autrement dit, il n'y a pas de relation d'affection.

Mais la phrase a un autre sens :

b. $\rightsquigarrow \underbrace{\neg\,\underbrace{\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \underbrace{\neg\exists y[\mathbf{humain}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]}_{x \text{ n'aime personne}}]}_{\text{il y a au moins un individu qui n'aime personne}}}_{\text{il n'y a pas d'individu qui n'aime personne}}$

ou

$\neg\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x,y)]]$

ou

$\underbrace{\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \underbrace{\exists y[\mathbf{humain}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]}_{x \text{ aime au moins une personne}}]}_{\text{tout individu aime au moins une personne}}$

Cette seconde traduction signifie qu'il est faux qu'il y a des gens qui n'aiment personne. Elle apparaît plus facilement lorsque le locuteur met l'accent sur le sujet de la phrase : « *Personne* n'aime personne »[1]. Et finalement la phrase signifie la même chose que « tout le monde aime au moins quelqu'un ».

1. Cf. par exemple le dialogue : « — Jacques est misanthrope, il n'aime personne. — Mais non, voyons, *personne* n'aime personne. »

Exercice 3

1. Calcul formel (et détaillé) des dénotations des formules (1–4).

(1) $[\![\textbf{aimer}(\textbf{l},\textbf{h}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car $F(\textbf{l}) =$ LYSANDRE, $F(\textbf{h}_2) =$ HERMIA, et $\langle$LYSANDRE, HERMIA$\rangle \in F(\textbf{aimer})$. Et comme la formule est une disjonction, il suffit qu'un de ses membres soit vrai pour que l'ensemble soit vrai. Donc $[\![\textbf{aimer}(\textbf{l},\textbf{h}_2) \vee \textbf{aimer}(\textbf{d},\textbf{h}_3)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

(2) $[\![\textbf{aimer}(\textbf{d},\textbf{h}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car $F(\textbf{d}) =$ DÉMÉTRIUS, et $\langle$DÉMÉTRIUS, HERMIA$\rangle \in F(\textbf{aimer})$. Ensuite $[\![\exists x\, \textbf{aimer}(x,\textbf{d})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ si on arrive à trouver une constante γ telle que $[\![\textbf{aimer}(\gamma,\textbf{d})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Essayons avec $\textbf{h}_3$ (et $F(\textbf{h}_3) =$ HÉLÉNA) ; $\langle$HÉLÉNA, DÉMÉTRIUS$\rangle \in F(\textbf{aimer})$, donc $[\![\textbf{aimer}(\textbf{h}_3,\textbf{d})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Et cela suffit à montrer que $[\![\exists x\, \textbf{aimer}(x,\textbf{d})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Enfin la formule (2) est une conjonction, et ses deux membres sont vrais, donc $[\![\textbf{aimer}(\textbf{d},\textbf{h}_2) \wedge \exists x\, \textbf{aimer}(x,\textbf{d})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

(3) $[\![\forall x[\textbf{elfe}(x) \rightarrow \textbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, ssi $[\![\textbf{elfe}(\gamma) \rightarrow \textbf{farceur}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ pour toute constante γ (parmi $\textbf{t}_1, \textbf{t}_2, \textbf{h}_1, \textbf{h}_2, \textbf{h}_3, \textbf{l}, \textbf{d}, \textbf{e}, \textbf{p}, \textbf{o}, \textbf{b}$). On sait d'abord que si γ est différente de $\textbf{t}_2, \textbf{o}$ et $\textbf{p}$, alors $[\![\textbf{elfe}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 0$, car seuls les individus dénotés par ces 3 constantes ($F(\textbf{t}_2) =$ TITANIA, $F(\textbf{o}) =$ OBÉRON et $F(\textbf{p}) =$ PUCK) appartiennent à $F(\textbf{elfe})$. Or lorsque le premier membre d'une implication est faux, on sait que l'implication est globalement vraie. Donc $[\![\textbf{elfe}(\gamma) \rightarrow \textbf{farceur}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ pour tous les γ différents de $\textbf{t}_2, \textbf{o}$ et $\textbf{p}$. Restent à calculer $[\![\textbf{elfe}(\textbf{t}_2) \rightarrow \textbf{farceur}(\textbf{t}_2)]\!]^{\mathcal{M}}$, $[\![\textbf{elfe}(\textbf{o}) \rightarrow \textbf{farceur}(\textbf{o})]\!]^{\mathcal{M}}$ et $[\![\textbf{elfe}(\textbf{p}) \rightarrow \textbf{farceur}(\textbf{p})]\!]^{\mathcal{M}}$. On sait déjà que lorsque γ est égal à l'une de ces trois constantes, $[\![\textbf{elfe}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car les trois individus dénotés appartiennent à $F(\textbf{elfe})$. Il appartiennent aussi à $F(\textbf{farceur})$, donc pour ces trois constantes $[\![\textbf{farceur}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, et par conséquent, pour ces constantes, $[\![\textbf{elfe}(\gamma) \rightarrow \textbf{farceur}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car l'implication entre deux propositions vraies est vraie. Donc $[\![\textbf{elfe}(\gamma) \rightarrow \textbf{farceur}(\gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, pour toute constante γ, ce qui prouve que $[\![\forall x[\textbf{elfe}(x) \rightarrow \textbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

(4) Pour savoir si $\exists x \exists y \exists z[\textbf{père-de}(z,y) \wedge \textbf{aimer}(x,y)]$ est vraie, il faut trouver trois constantes α, β et γ telles que $[\![\textbf{père-de}(\gamma,\beta) \wedge \textbf{aimer}(\alpha,\beta)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Essayons avec $\alpha = \textbf{l}$, $\beta = \textbf{h}_2$ et $\gamma = \textbf{e}$ (avec $F(\textbf{e}) =$ EGÉE). $[\![\textbf{père-de}(\textbf{e},\textbf{h}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ car $\langle$EGÉE, HERMIA$\rangle \in F(\textbf{père-de})$. $[\![\textbf{aimer}(\textbf{l},\textbf{h}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, on l'a déjà montré en (1). Donc $[\![\textbf{père-de}(\textbf{e},\textbf{h}_2) \wedge \textbf{aimer}(\textbf{l},\textbf{h}_2)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, car c'est une conjonction et ses deux membres sont vrais. Par définition, cela suffit à montrer que $[\![\exists x \exists y \exists z[\textbf{père-de}(z,y) \wedge \textbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.

2.

(5) Cette phrase est fausse, car Obéron est marié avec Titania (cf. $F(\textbf{mari-de})$), mais il ne l'aime pas car $\langle$OBÉRON, TITANIA$\rangle \notin F(\textbf{aimer})$. C'est un contre-exemple suffisant pour montrer que la phrase est fausse.

(6) Cette phrase est fausse car il existe au moins un individu, par exemple Puck, qui n'est aimé de personne, selon $F(\textbf{aimer})$, et qui pourtant n'est pas triste (il n'est pas dans $F(\textbf{triste})$).

(7) Cette phrase est vraie. Elle peut se paraphraser par : pour tout individu x, si x est un âne, alors quelqu'un aime x. Il n'y a qu'un seul âne dans le domaine, c'est Bottom, et Titania aime Bottom. C'est donc vrai pour *tout âne*.

(8) Cette phrase est vraie. La proposition « Hippolyta n'aime pas Thésée » est fausse, puisque ce couple est dans la dénotation de **aimer**. Le « il est faux que » initial pose une négation devant cette proposition, et donc inverse la valeur de vérité.

4. Dans le nouveau modèle, appelons-le $\mathcal{M}'$, ce qui change, c'est uniquement la fonction d'interprétation. $\mathcal{M}' = \langle A, F' \rangle$. Voici comment est définie la nouvelle fonction F'.

Pour les valeurs assignées aux constantes d'individus, F' est identique à F. Ensuite, pour les prédicats ;

$$F(\textbf{aimer}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle \textsc{Thésée}, \textsc{Hippolyta} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Hippolyta}, \textsc{Thésée} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Lysandre}, \textsc{Hermia} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Hermia}, \textsc{Lysandre} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Démétrius}, \textsc{Héléna} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Héléna}, \textsc{Démétrius} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Obéron}, \textsc{Titania} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Titania}, \textsc{Obéron} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Titania}, \textsc{Bottom} \rangle \end{array} \right\}$$

$F(\textbf{elfe}) = \{\textsc{Obéron} \text{ ; } \textsc{Titania} \text{ ; } \textsc{Puck}\}$

$F(\textbf{âne}) = \varnothing$

$F(\textbf{farceur}) = \{\textsc{Thésée} \text{ ; } \textsc{Obéron} \text{ ; } \textsc{Titania} \text{ ; } \textsc{Puck}\}$

$F(\textbf{triste}) = \varnothing$

$F(\textbf{mari-de}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle \textsc{Thésée}, \textsc{Hippolyta} \rangle \text{ ;} \\ \langle \textsc{Obéron}, \textsc{Titania} \rangle \end{array} \right\}$

$F(\textbf{père-de}) = \left\{ \langle \textsc{Egée}, \textsc{Hermia} \rangle \right\}$

$F(\textbf{charpentier}) = \{\textsc{Bottom}\}$