DPL et DRT

Sémantique dynamique – Master LTD – 2010

1 *Dynamic Predicate Logic* (DPL) (Groenendijk & Stokhof, 1991)

1.1 Syntaxe

La langage de DPL est celui de la logique du premier ordre (calcul des prédicat) ; il n'est pas typé (pas de λ). Sa sémantique est extensionnelle (cf. § 1.2).

Définition 1 (Syntaxe de DPL)
On se donne un ensemble $\mathcal{V}ar$ de variables d'individus et $\mathcal{C}ns$ de constantes d'individus. Les variables et les constantes constituent les termes. On dispose également d'un ensemble de symboles de prédicats, dont on connaît l'arité.

1. Si $t_1, t_2, \dots, t_n$ sont des termes et R un symbole de prédicat n-aire, alors $R(t_1, t_2, \dots, t_n)$ est une formule.
2. Si t_1 et t_2 sont des termes, alors $t_1 = t_2$ est une formule.
3. Si φ est une formule, alors $\neg\varphi$ est une formule.
4. Si φ et ψ sont des formules, alors $[\varphi \wedge \psi]$, $[\varphi \vee \psi]$ et $[\varphi \rightarrow \psi]$ sont des formules.
5. Si φ est une formule et x une variable, alors $\exists x\varphi$ et $\forall x\varphi$ sont des formules.

(1) Pedro possède un âne. Il le bat.
$[\exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \wedge \textbf{battre}(\mathbf{p}, x)]$

(2) Si Pedro possède un âne, il le bat.
$[\exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rightarrow \textbf{battre}(\mathbf{p}, x)]$

(3) Si un fermier possède un âne, il le bat.
$[\exists x[\textbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\textbf{âne}(y) \wedge \textbf{poss}(x, y)]] \rightarrow \textbf{battre}(x, y)]$

(4) Tout fermier qui possède un âne le bat.
$\forall x[[\textbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\textbf{âne}(y) \wedge \textbf{poss}(x, y)]] \rightarrow \textbf{battre}(x, y)]$

1.2 Sémantique

Valeur sémantique statique : $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ = la dénotation de φ dans $\mathcal{M}$ par rapport à g.

Remarque : Puisque $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1/0$, alors $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = \{g \in G$[1] $\mid [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1\}$. Autrement dit la valeur sémantique statique dans $\mathcal{M}$ d'une formule est l'ensemble de toutes les assignations qui la rendent vraie.

Une fonction d'assignation modélise un aspect du contexte dans lequel on évalue sémantiquement une expression.

Valeur sémantique dynamique : le sens dynamique d'une expression est son **potentiel de changement de contexte** (CCP). Formellement c'est une **relation** entre contextes, i.e. entre assignations.

[1] G est l'ensemble de toutes les fonctions d'assignation (donc $G = \mathcal{A}^{\mathcal{V}ar}$).

Notation 1 (CCP)
La valeur sémantique dynamique dans $\mathcal{M}$ de φ sera notée $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}_{\text{ccp}}$, où simplement $[\![\varphi]\!]$ lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

$[\![\varphi]\!]$ est une relation sur $G \times G$. C'est donc un ensemble de couples d'assignations : $[\![\varphi]\!] = \{\langle g, g' \rangle \in G \times G \mid \ldots\}$. Ainsi, si $[\![\varphi]\!]$ relie g à h, on écrira $\langle g, h \rangle \in [\![\varphi]\!]$.

Mais il est pratique d'utiliser aussi une notation relationnelle : $g[\![\varphi]\!]h$ équivaut à $\langle g, h \rangle \in [\![\varphi]\!]$.

Ainsi $g[\![\varphi]\!]h$ signifie que, par sa sémantique, φ fait passer du contexte g au contexte h[2].

Le CCP d'une expression est donc une **transition** entre un contexte/assignation d'**entrée** et un contexte/assignation de **sortie**.

Notation 2 (Variante d'assignation)
Soit g et h deux assignations et x une variable. La notation $g[x]h$ signifie que g et h sont identiques *sauf* (éventuellement) pour la valeur qu'elles assignent à x. Ainsi pour toute variable v différente de x, on a $g(v) = h(v)$, et il existe un individu D du domaine tel que $h(x) = \text{D}$.

Exemple : $\left\{ \begin{array}{c} x \mapsto \text{HUEY} \\ y \mapsto \text{DWEY} \\ z \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\} [x] \left\{ \begin{array}{c} x \mapsto \text{JUNE} \\ y \mapsto \text{DWEY} \\ z \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\}$

Définition 2 (Sémantique de DPL)

1. $g[\![R(t_1, \ldots, t_n)]\!]h$ ssi $h = g$ et $\langle [\![t_1]\!]^g, \ldots, [\![t_n]\!]^g \rangle \in F(R)$.
2. $g[\![t_1 = t_2]\!]h$ ssi $h = g$ et $[\![t_1]\!]^g = [\![t_2]\!]^g$.
3. $g[\![\neg\varphi]\!]h$ ssi $h = g$ et il n'existe pas d'assignation k telle que $g[\![\varphi]\!]k$.
4. $g[\![\varphi \wedge \psi]\!]h$ ssi il existe une assignation k telle que $g[\![\varphi]\!]k$ et $k[\![\psi]\!]h$.
5. $g[\![\varphi \vee \psi]\!]h$ ssi $h = g$ et il existe une assignation k telle que $g[\![\varphi]\!]k$ ou $g[\![\psi]\!]k$.
6. $g[\![\varphi \to \psi]\!]h$ ssi $h = g$ et pour toute assignation k telle que $g[\![\varphi]\!]k$ il existe une assignation j telle que $k[\![\psi]\!]j$.
7. $g[\![\exists x\varphi]\!]h$ ssi il existe une assignation k telle que $g[x]k$ et $k[\![\varphi]\!]h$.
8. $g[\![\forall x\varphi]\!]h$ ssi $h = g$ et pour toute assignation k telle $g[x]k$, il existe une assignation j telle que $k[\![\varphi]\!]j$.

Commentaires très informels des règles. Pour simplifier les formulations ci-dessous lorsque l'on dira que « φ est vraie dans un contexte » cela signifie que φ est vraie dans le modèle et ce contexte.

1. Une formule atomique transmet le contexte d'entrée ssi elle est vraie dans ce contexte.
2. Idem.
3. $\neg\varphi$ transmet le contexte d'entrée ssi φ est fausse dans ce contexte.
4. $\varphi \wedge \psi$ modifie le contexte d'entrée *d'abord* en interprétant φ dans ce contexte *puis* (si φ est vraie dans le contexte d'entrée) en interprétant ψ dans le contexte de sortie transmis par φ ; le contexte de sortie transmis par ψ est le contexte de sortie de la conjonction.
5. $\varphi \vee \psi$ transmet le contexte d'entrée ssi au moins une des deux formules est vraie dans ce contexte.
6. $\varphi \to \psi$ transmet le contexte d'entrée ssi ψ est vraie dans tous les contextes transmis par φ (à partir du contexte d'entrée de l'implication).
7. $\exists x\varphi$ modifie le contexte d'entrée en y fixant une valeur pour x qui satisfait φ.
8. $\forall x\varphi$ transmet le contexte d'entrée ssi φ est vraie dans toute variante en x de ce contexte.

[2]Ou encore que φ transforme le contexte g en h.

1.3 Illustrations

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$. Supposons que parmi les individus de $\mathcal{A}$, il y a PDRO et BAUD ; et la fonction F nous dit que PDRO est un fermier, que BAUD est un âne, et que PDRO possède et bat BAUD. Enfin, **p** dénote PDRO et **b** dénote BAUD.

(5) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\mathbf{battre}(\mathbf{p}, \mathbf{b})]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

La transition (5) réussit pour n'importe quelle assignation, du moment que dans le modèle $\mathcal{M}$ il est vrai que **p** (PDRO) bat **b** (BAUD).

(6) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\mathbf{\hat{a}ne}(x)]\!] \emptyset \qquad \text{mais} \quad \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{PDRO} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\mathbf{\hat{a}ne}(x)]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{PDRO} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

La transition par $\mathbf{\hat{a}ne}(x)$ ne réussit que si le contexte d'entrée assigne à x un individu qui est bien un âne dans $\mathcal{M}$. Idem :

(7) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)]\!] \emptyset \qquad \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

(8) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

En (8), le contexte a effectivement changé. En effet, pour trouver un contexte de sortie à $\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ il suffit de trouver une variante du contexte d'entrée qui assigne une valeur à x qui satisfasse $[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ dans $\mathcal{M}$. $\mathcal{M}$ étant ce qu'il est, on pourra toujours trouver cette variante, c'est celle qui pose $x \mapsto$ BAUD. Et cette variante devient le contexte de sortie, à partir duquel on évaluera la suite du discours :

(9) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\wedge\ \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

Conséquence : La valeur pour x que nous a fait sélectionner $\exists x$ reste disponible « sur la droite » de la formule, pour évaluer l'occurrence libre de x.

Remarque : (8) montre que, avec notre $\mathcal{M}$, on trouvera toujours un contexte de sortie pour $\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$, tout simplement parce que dans $\mathcal{M}$ il est vrai que PDRO possède bien un âne, et donc qu'on peut assigner à x une valeur qui correspond à cet âne. Par conséquent (et c'est normal) la définition sémantique 3 ne s'applique pas à $\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ dans $\mathcal{M}$: on vient de montrer qu'il existe bien une assignation k de sortie pour $\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$. Conclusion : quelle que soit l'assignation d'entrée, il n'existe pas d'assignation de sortie pour $\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ (par rapport à $\mathcal{M}$). Mais cela signifie alors que la règle 3, par définition, s'applique à $\neg\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$. Et selon cette règle, le contexte de sortie est identique au contexte d'entrée. Comparer (8) et (10) :

(10) $$\left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\} [\![\neg\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]]\!] \left\{\begin{array}{c} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array}\right\}$$

Cela prouve que dynamiquement φ et $\neg\neg\varphi$ ne sont pas équivalentes. Car φ peut modifier le contexte, mais pas $\neg\neg\varphi$.

L'exemple (8) nous aide aussi à comprendre l'interprétation d'une implication comme (2).

$$(11)\quad \left\{\begin{array}{l} x\mapsto \text{PDRO}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\end{array}\right\} [\![\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x)\wedge\mathbf{poss}(\mathbf{p},x)] \left\{\begin{array}{l} x\mapsto \text{BAUD}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\\ x\mapsto \text{PQUT}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\end{array}\right\} \rightarrow\ \mathbf{battre}(\mathbf{p},x) \left\{\begin{array}{l} x\mapsto \text{BAUD}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\\ x\mapsto \text{PQUT}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\end{array}\right\}]\!] \left\{\begin{array}{l} x\mapsto \text{PDRO}\\ y\mapsto\text{BAUD}\\ z\mapsto\text{PQUT}\end{array}\right\}$$

Ici pour que la transition réussisse, on doit examiner *toutes* les assignations qui peuvent être produites en sortie de l'antécédent $\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x)\wedge\mathbf{poss}(\mathbf{p},x)$ (ici on n'en a indiqué que deux, mais il peut y en avoir beaucoup d'autres) ; puis on évalue le conséquent $\mathbf{battre}(\mathbf{p},x)$ par rapport à chacune de ces assignations produites. On obtient ainsi l'effet de quantification universelle attendu : le conséquent devra être évalué et vérifié pour toutes les valeurs de x qui sont des ânes possédés par PDRO. Et globalement, l'assignation de sortie de l'implication est l'assignation d'entrée : on oublie les valeurs intermédiaires successives prises par x.

(12) Si Pedro possède un âne, il le bat. # Il le nourrit mal.
$[\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x)\wedge\mathbf{poss}(\mathbf{p},x)]\rightarrow\mathbf{battre}(\mathbf{p},x)]\wedge\mathbf{nourrit\text{-}mal}(x,y)$

La portée étendue de $\exists$ ne « sort » pas de la négation ni de l'implication.

Définition 3 (Interprétation autonome de la quantification existentielle)
Variante de la règle 7 :

7′. $g[\![\exists x]\!]h$ avec $g[x]h$.

Dans ce cas, au lieu d'écrire $\exists x\varphi$, on écrit $\exists x\wedge\varphi$.

Certains auteurs utilisent ; à la place de $\wedge$ pour bien faire apparaître l'aspect dynamique de ce connecteur.

2 Discourse Representation Theory (DRT) (Kamp 1981)

Principes : Une phrase (ou une expression) ne peut être complètement interprétée sémantiquement que dans son contexte discursif. Seul un **discours** est complètement interprétable.

Mais on peut donner à une phrase (et à un discours) une **représentation** sémantique partielle et intermédiaire : une DRS (*Discourse Representation Structure*). Ainsi les phrases, les discours et les contextes sont représentés par le même type de structure.

Interpréter une phrase revient à l'intégrer dans son contexte et ainsi à modifier ce contexte en un nouveau. De ce fait la contribution d'une phrase est une relation entre deux contextes (DRS).

2.1 Syntaxe

Définition 4 (Référents de discours)
On se donne un ensemble RD de **référents de discours**. Ce sont des symboles qui seront notés u, v, x, y, u_1, u_2...

Ils remplacent nos variables (ils sont très similaires).

Définition 5 (DRS)
Une **DRS** est un couple d'ensembles $\langle U, C\rangle$, où U est un ensemble de référents de discours et C un ensemble de conditions sur des référents. U est appelé l'**univers** de la DRS.

Notation 3 (DRS-boîtes)
Soit K une DRS avec $K=\langle\{u_1\ ;\ u_2\ ;\ \dots\ ;\ u_n\},\{\gamma_1\ ;\ \gamma_2\ ;\ \dots\ ;\ \gamma_m\}\rangle$, on peut représenter graphiquement K par la « boîte » :

$u_1\ u_2\ \dots\ u_n$
γ_1 γ_2 $\dots$ γ_m

Définition 6 (Conditions)

1. Si $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sont des référents de discours et si R est un symbole de prédicat n-aire, alors $R(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ est une condition.
2. Si u_1 et u_2 sont des référents de discours, alors $u_1 = u_2$ est une condition.
3. Si K est une DRS, alors $\neg K$ est une condition.
4. Si K et K' sont des DRS, alors $K \Rightarrow K'$ est une condition.

(13) Pedro possède un âne. Pedro ne possède pas d'âne. Il le bat.

$$\begin{array}{|c|}\hline u\ v \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline\end{array} \qquad \begin{array}{|c|}\hline u \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \neg \begin{array}{|c|}\hline v \\ \hline \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array} \qquad \begin{array}{|c|}\hline x\ y \\ \hline \textbf{battre}(x,y) \\ x =? \\ y =? \\ \hline\end{array}$$

(14) Si Pedro possède un âne, il le bat.

$$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline u\ v \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline x\ y \\ \hline \textbf{battre}(x,y) \\ x =? \\ y =? \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{|c|}\hline u \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \begin{array}{|c|}\hline v \\ \hline \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline x\ y \\ \hline \textbf{battre}(x,y) \\ x =? \\ y =? \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array}$$

Les notations $x =?$ et $y =?$ ne sont pas de vraies conditions ; elles sont provisoires et devront être résolues en $x = u$ et $y = v$.

(15) Si un fermier possède un âne, il le bat.
Tout fermier qui possède un âne, le bat.

$$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline u\ v \\ \hline \textbf{fermier}(u) \\ \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline y \\ \hline \textbf{battre}(u,y) \\ y = v \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array}$$

Définition 7 (Subordination)
On dit qu'une DRS K_1 est immédiatement subordonnée à une DRS K_2 ssi $\neg K_1$ ou $K_1 \Rightarrow K_3$ apparaît dans les conditions de K_2 (avec K_3 qui représente une DRS quelconque), ou si $K_2 \Rightarrow K_1$ est une condition d'une DRS.
On dit que K_1 est subordonnée à K_2 ssi (i) K_1 est immédiatement subordonnée à K_2, ou (ii) s'il existe une DRS K telle que K est subordonnée à K_2 et K_1 est immédiatement subordonnée à K.

Informellement : K_1 est subordonnée dans K_2 si sa boîte apparaît à l'intérieur de la boîte de K_2 ou à droite de la boîte de K_2 après une $\Rightarrow$.

Définition 8 (Règle de « correction » des DRS)
Un référent de discours u peut apparaître dans les conditions d'une DRS K seulement si u est **accessible** aux conditions de K.

Définition 9 (Accessibilité)
Soit K une DRS. Un référent de discours u est accessible aux conditions de K ssi (i) u appartient à l'univers de K, ou (ii) u appartient à l'univers d'une DRS qui subordonne K.

(16) $$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \text{xxxx} \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \neg \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \text{xxxx} \\ \hline \end{array} \\ \text{xxxx} \\ \hline \end{array} \\ \text{xxxx} \\ \hline \end{array}$$

Résolution des anaphores. Le référent de discours d'une anaphore doit être identifié à un (autre) référent accessible de la DRS.

Mais pour ce faire, il faut d'abord construire la DRS complète du discours (du moins jusqu'à la phrase qui contient l'anaphore).

2.2 Fusion de DRS

On peut construire la DRS d'une phrase[3]. Il faut ensuite l'intégrer dans son contexte, qui est aussi représenté par une DRS.

Définition 10 (Fusion (*merge*) de deux DRS)
Soit $K_1 = \langle U_1, C_1 \rangle$ et $K_2 = \langle U_2, C_2 \rangle$ deux DRS. La fusion de K_2 dans K_1, notée $K_1 \oplus K_2$, est définie comme suit :
$K_1 \oplus K_2 = \langle U_1 \cup U_2, C_1 \cup C_2 \rangle$

Exemple :

(17) $$\begin{array}{|c|}\hline u\ v \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|}\hline x\ y \\ \hline \textbf{battre}(x,y) \\ x = ? \\ y = ? \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|}\hline u\ v\ x\ y \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u,v) \\ \textbf{battre}(x,y) \\ x = ? \\ y = ? \\ \hline \end{array}$$

Les référents, introduits par différentes phrases, sont regroupés dans un univers qui domine les diverses conditions du discours. D'où la « portée » large de ces référents.

$K_1 \oplus K_2 = K_3$ représente une opération sur deux DRS dont le résultat est K_3. Mais on peut aussi voir la contribution de K_2 (en « regroupant » $[\oplus K_2 =]$) comme ce qui transforme K_1 en K_3. Dynamiquement, K_2 est donc bien une relation entre deux DRS.

2.3 Interprétation

Soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ un modèle extensionnel.

Définition 11 (Enchâssement)
Un enchâssement f est une fonction partielle de l'ensemble des référents de discours dans $\mathcal{A}$.
$f : RD \to \mathcal{A}$

Un enchâssement est similaire à une fonction d'assignation, mais partielle.

Définition 12 (Prolongement d'un enchâssement)
On dit qu'un enchâssement g prolonge (ou étend) l'enchâssement f si g est défini pour les mêmes référents que f et (éventuellement) pour d'autres référents, et g assigne les mêmes valeurs que f aux référents pour lesquels f est définie.

[3] Mais cela nécessite un dispositif d'interface syntaxe-sémantique non trivial. Ce n'est pas présenté ici. Plusieurs méthodes ont été proposées ; celle de Kamp (1981); Kamp & Reyle (1993) a été critiqué pour sont manque de compositionnalité.

Autrement dit g prolonge f si g ajoute des référents à la distribution faite par f.

(18) Exemple : $f = \left\{ \begin{array}{l} u_1 \mapsto \text{HUEY} \\ u_2 \mapsto \text{DWEY} \\ u_3 \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\}$ est prolongé par $g = \left\{ \begin{array}{l} u_1 \mapsto \text{HUEY} \\ u_2 \mapsto \text{DWEY} \\ u_3 \mapsto \text{LOUIE} \\ u_4 \mapsto \text{JUNE} \\ u_5 \mapsto \text{MAY} \end{array} \right\}$

Définition 13 (Vérité dans un modèle et un enchâssement)
Soit $\mathcal{M}$ un modèle, f un enchâssement et $K = \langle U, C \rangle$ une DRS.

K est vraie par rapport à $\mathcal{M}$ et f (noté $\mathcal{M}, f \models K$), ssi :

1. f est définie pour U ; et
2. pour chaque condition γ de C, on a $\mathcal{M}, f \models \gamma$.

Les fonctions f sont appelées des enchâssements car elles vérifient que U se projette bien sur un sous-ensemble de $\mathcal{A}$ et que chaque condition de C est vraie dans $\mathcal{M}$. C'est pourquoi les DRS peuvent être vues elles-mêmes comme des modèles partiels (des sous-modèles ou « micro-modèles ») qui peuvent être (ou non) inclus (i.e. *enchâssés*) dans $\mathcal{M}$.

Définition 14 (Vérification d'une condition)

1. $\mathcal{M}, f \models R(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ ssi $\langle f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_n) \rangle \in F(R)$;
2. $\mathcal{M}, f \models \neg K$ ssi il n'existe pas d'enchâssement g qui prolonge f et tel que $\mathcal{M}, g \models K$.
3. $\mathcal{M}, f \models K \Rightarrow K'$ ssi pour tout prolongement g de f tel que $\mathcal{M}, g \models K$, il existe un prolongement h de g tel que $\mathcal{M}, h \models K'$.

Définition 15 (Vérité d'une DRS dans un modèle)
K est vraie dans $\mathcal{M}$ ssi *il existe au moins un enchâssement* f tel que $\mathcal{M}, f \models K$.

C'est l'équivalent de la clôture existentielle.

Exemple :

(19) $$\begin{array}{|c|} \hline u \\ \hline \textbf{Pedro}(u) \\ \begin{array}{|c|} \hline v \\ \hline \textbf{âne}(v) \\ \textbf{poss}(u, v) \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|} \hline x \; y \\ \hline \textbf{battre}(x, y) \\ x = u \\ y = v \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}$$

Pour vérifier que (19) est vraie dans $\mathcal{M}$, il faut trouver (en fait construire) un enchâssement f

1. qui assigne une valeur à u, tel que cette valeur est PDRO ; donc $f = \left\{ u \mapsto \text{PDRO} \right\}$
2. et qui satisfait l'implication subordonnée dans (19) ; et f satisfait cette implication si pour tous ses prolongements g qui satisfont l'antécédent il existe un prolongement h qui satisfait le conséquent.
3. Chaque prolongement g de f sera de la forme $g = \left\{ \begin{array}{l} u \mapsto \text{PDRO} \\ v \mapsto \text{XXX} \end{array} \right\}$ où XXX est un âne possédé par PDRO dans $\mathcal{M}$,
4. et chaque prolongement h de g sera de la forme $h = \left\{ \begin{array}{l} u \mapsto \text{PDRO} \\ v \mapsto \text{XXX} \\ x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{XXX} \end{array} \right\}$ à condition que PDRO bat effectivement l'âne XXX dans $\mathcal{M}$.

Références

Amsili, Pascal et Bras, Myriam (1998). DRT et compositionnalité. *t.a.l.*, 39(1), 131–160.

Blackburn, Patrick et Bos, Johan (1999). Working with discourse representation structures. In *Representation and Inference for Natural Language. An Advanced Course in Computational Semantics*, vol. II. CSLI. (cf. `www.comsem.org`).

van Eijck, Jan et Kamp, Hans (1997). Representing discourse in context. In J. van Benthem et A. ter Meulen (éds.), *Handbook of Logic and Language* (pp. 179–237). Amsterdam : Elsevier.

Groenendijk, Jeroen et Stokhof, Martin (1991). Dynamic predicate logic. *Linguistics & Philosophy*, 14(1), 39–100.

Groenendijk, Jeroen, Stokhof, Martin, et Veltman, Frank (1996). Changez le contexte ! *Langages*, 123, 8–29.

Kamp, Hans (1981). A theory of truth and semantic representation. In J. A. G. Groenendijk, T. M. V. Janssen, et M. B. J. Stokhof (éds.), *Formal Methods in the Study of Language. Part1* (pp. 277–322). Amsterdam : Mathematical Centre Tract.

Kamp, Hans et Reyle, Uwe (1993). *From Discourse to Logic. Introduction to Modeltheoretic Semantics of Natural Language, Formal Logic and Discourse Representation Theory.* Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Annexes

A Correspondances DRS – formules LCP

A toute DRS on peut faire correspondre une formule (statique) du calcul des prédicats :

1. $$\begin{array}{|c|}\hline u_1 \dots u_n \\ \hline \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_m \\ \hline \end{array} \rightsquigarrow \exists u_1 \dots \exists u_n [\gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_m]$$

2. $$\begin{array}{|c|}\hline u_1 \dots u_n \\ \hline \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_m \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline v_1 \dots v_i \\ \hline \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_j \\ \hline \end{array} \rightsquigarrow \forall u_1 \dots \forall u_n [[\gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_m] \to \exists v_1 \dots \exists v_i [\delta_1 \wedge \dots \wedge \delta_j]]$$

La négation de DRS correspond à une négation de formule.

B Exemples

B.1 Contexte linguistique vs. informationnel

(20) J'ai fait tomber dix billes ; je les ai toutes retrouvées sauf une. Elle doit être sous le canapé.

$$\begin{array}{|c|}\hline i\ X \\ \hline \textbf{billes}(X) \\ |X| = 10 \\ \textbf{ftomber}(i, X) \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|}\hline u \\ \hline u \in X \\ \begin{array}{|c|}\hline x \\ \hline x \in X \\ x \neq u \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \textbf{trouver}(i, x) \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|}\hline v \\ \hline \textbf{canapé}(v) \\ \textbf{sous}(u, v) \\ \hline \end{array}$$

(21) J'ai fait tomber dix billes ; j'en ai retrouvé seulement neuf. # Elle doit être sous le canapé.

$$\begin{array}{|c|}\hline i\ X \\ \hline \mathbf{billes}(X) \\ |X| = 10 \\ \mathbf{ftomber}(i, X) \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|}\hline Y \\ \hline Y \subseteq X \\ |Y| = 9 \\ \mathbf{trouver}(i, Y) \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|}\hline v \\ \hline \mathbf{canapé}(v) \\ \mathbf{sous}(?, v) \\ \hline \end{array}$$

B.2 Description définies

(22) Pedro bat son âne/l'âne qu'il possède.
$\exists v[\forall x[[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rightarrow x = v] \wedge \mathbf{battre}(\mathbf{p}, v)]$

$$\begin{array}{|c|}\hline u\ v \\ \hline \mathbf{Pedro}(u) \\ \begin{array}{|c|}\hline x \\ \hline \mathbf{\hat{a}ne}(x) \\ \mathbf{poss}(u, x) \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline x = v \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{battre}(u, v) \\ \hline \end{array}$$

C Présuppositions