

# DPL et DRT

Sémantique dynamique – Master LTD – 2010

## 1 *Dynamic Predicate Logic* (DPL) (Groenendijk & Stokhof, 1991)

### 1.1 Syntaxe

La langage de DPL est celui de la logique du premier ordre (calcul des prédicat) ; il n'est pas typé (pas de  $\lambda$ ). Sa sémantique est extensionnelle (cf. § 1.2).

#### Définition 1 (Syntaxe de DPL)

On se donne un ensemble  $\mathcal{Var}$  de variables d'individus et  $\mathcal{Cns}$  de constantes d'individus. Les variables et les constantes constituent les termes. On dispose également d'un ensemble de symboles de prédicats, dont on connaît l'arité.

1. Si  $t_1, t_2, \dots, t_n$  sont des termes et  $R$  un symbole de prédicat  $n$ -aire, alors  $R(t_1, t_2, \dots, t_n)$  est une formule.
  2. Si  $t_1$  et  $t_2$  sont des termes, alors  $t_1 = t_2$  est une formule.
  3. Si  $\varphi$  est une formule, alors  $\neg\varphi$  est une formule.
  4. Si  $\varphi$  et  $\psi$  sont des formules, alors  $[\varphi \wedge \psi]$ ,  $[\varphi \vee \psi]$  et  $[\varphi \rightarrow \psi]$  sont des formules.
  5. Si  $\varphi$  est une formule et  $x$  une variable, alors  $\exists x\varphi$  et  $\forall x\varphi$  sont des formules.
- (1) Pedro possède un âne. Il le bat.  
 $[\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \wedge \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)]$
  - (2) Si Pedro possède un âne, il le bat.  
 $[\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rightarrow \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)]$
  - (3) Si un fermier possède un âne, il le bat.  
 $[\exists x[\mathbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{\hat{a}ne}(y) \wedge \mathbf{poss}(x, y)]] \rightarrow \mathbf{battre}(x, y)]$
  - (4) Tout fermier qui possède un âne le bat.  
 $\forall x[[\mathbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{\hat{a}ne}(y) \wedge \mathbf{poss}(x, y)]] \rightarrow \mathbf{battre}(x, y)]$

### 1.2 Sémantique

**Valeur sémantique statique :**  $\llbracket \varphi \rrbracket^{\mathcal{M}, g}$  = la dénotation de  $\varphi$  dans  $\mathcal{M}$  par rapport à  $g$ .

**Remarque :** Puisque  $\llbracket \varphi \rrbracket^{\mathcal{M}, g} = 1/0$ , alors  $\llbracket \varphi \rrbracket^{\mathcal{M}} = \{g \in G^1 \mid \llbracket \varphi \rrbracket^{\mathcal{M}, g} = 1\}$ . Autrement dit la valeur sémantique statique dans  $\mathcal{M}$  d'une formule est l'ensemble de toutes les assignations qui la rendent vraie.

Une fonction d'assignation modélise un aspect du contexte dans lequel on évalue sémantiquement une expression.

**Valeur sémantique dynamique :** le sens dynamique d'une expression est son **potentiel de changement de contexte** (CCP). Formellement c'est une **relation** entre contextes, i.e. entre assignations.

---

<sup>1</sup> $G$  est l'ensemble de toutes les fonctions d'assignation (donc  $G = \mathcal{A}^{\mathcal{Var}}$ ).

### Notation 1 (CCP)

La valeur sémantique dynamique dans  $\mathcal{M}$  de  $\varphi$  sera notée  $\llbracket \varphi \rrbracket_{\text{CCP}}^{\mathcal{M}}$ , où simplement  $\llbracket \varphi \rrbracket$  lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

$\llbracket \varphi \rrbracket$  est une relation sur  $G \times G$ . C'est donc un ensemble de couples d'assignations :  $\llbracket \varphi \rrbracket = \{ \langle g, g' \rangle \in G \times G \mid \dots \}$ . Ainsi, si  $\llbracket \varphi \rrbracket$  relie  $g$  à  $h$ , on écrira  $\langle g, h \rangle \in \llbracket \varphi \rrbracket$ .

Mais il est pratique d'utiliser aussi une notation relationnelle :  $g \llbracket \varphi \rrbracket h$  équivaut à  $\langle g, h \rangle \in \llbracket \varphi \rrbracket$ . Ainsi  $g \llbracket \varphi \rrbracket h$  signifie que, par sa sémantique,  $\varphi$  fait passer du contexte  $g$  au contexte  $h$ <sup>2</sup>.

Le CCP d'une expression est donc une **transition** entre un contexte/assignation d'**entrée** et un contexte/assignation de **sortie**.

### Notation 2 (Variante d'assignation)

Soit  $g$  et  $h$  deux assignations et  $x$  une variable. La notation  $g[x]h$  signifie que  $g$  et  $h$  sont identiques *sauf* (éventuellement) pour la valeur qu'elles assignent à  $x$ . Ainsi pour toute variable  $v$  différente de  $x$ , on a  $g(v) = h(v)$ , et il existe un individu  $D$  du domaine tel que  $h(x) = D$ .

$$\text{Exemple : } \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{HUEY} \\ y \mapsto \text{DWEY} \\ z \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\} [x] \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{JUNE} \\ y \mapsto \text{DWEY} \\ z \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\}$$

### Définition 2 (Sémantique de DPL)

1.  $g \llbracket R(t_1, \dots, t_n) \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et  $\langle \llbracket t_1 \rrbracket^g, \dots, \llbracket t_n \rrbracket^g \rangle \in F(R)$ .
2.  $g \llbracket t_1 = t_2 \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et  $\llbracket t_1 \rrbracket^g = \llbracket t_2 \rrbracket^g$ .
3.  $g \llbracket \neg \varphi \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et il n'existe pas d'assignation  $k$  telle que  $g \llbracket \varphi \rrbracket k$ .
4.  $g \llbracket \varphi \wedge \psi \rrbracket h$  ssi il existe une assignation  $k$  telle que  $g \llbracket \varphi \rrbracket k$  et  $k \llbracket \psi \rrbracket h$ .
5.  $g \llbracket \varphi \vee \psi \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et il existe une assignation  $k$  telle que  $g \llbracket \varphi \rrbracket k$  ou  $g \llbracket \psi \rrbracket k$ .
6.  $g \llbracket \varphi \rightarrow \psi \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et pour toute assignation  $k$  telle que  $g \llbracket \varphi \rrbracket k$  il existe une assignation  $j$  telle que  $k \llbracket \psi \rrbracket j$ .
7.  $g \llbracket \exists x \varphi \rrbracket h$  ssi il existe une assignation  $k$  telle que  $g[x]k$  et  $k \llbracket \varphi \rrbracket h$ .
8.  $g \llbracket \forall x \varphi \rrbracket h$  ssi  $h = g$  et pour toute assignation  $k$  telle  $g[x]k$ , il existe une assignation  $j$  telle que  $k \llbracket \varphi \rrbracket j$ .

**Commentaires très informels des règles.** Pour simplifier les formulations ci-dessous lorsque l'on dira que «  $\varphi$  est vraie dans un contexte » cela signifie que  $\varphi$  est vraie dans le modèle et ce contexte.

1. Une formule atomique transmet le contexte d'entrée ssi elle est vraie dans ce contexte.
2. Idem.
3.  $\neg \varphi$  transmet le contexte d'entrée ssi  $\varphi$  est fausse dans ce contexte.
4.  $\varphi \wedge \psi$  modifie le contexte d'entrée *d'abord* en interprétant  $\varphi$  dans ce contexte *puis* (si  $\varphi$  est vraie dans le contexte d'entrée) en interprétant  $\psi$  dans le contexte de sortie transmis par  $\varphi$ ; le contexte de sortie transmis par  $\psi$  est le contexte de sortie de la conjonction.
5.  $\varphi \vee \psi$  transmet le contexte d'entrée ssi au moins une des deux formules est vraie dans ce contexte.
6.  $\varphi \rightarrow \psi$  transmet le contexte d'entrée ssi  $\psi$  est vraie dans tous les contextes transmis par  $\varphi$  (à partir du contexte d'entrée de l'implication).
7.  $\exists x \varphi$  modifie le contexte d'entrée en y fixant une valeur pour  $x$  qui satisfait  $\varphi$ .
8.  $\forall x \varphi$  transmet le contexte d'entrée ssi  $\varphi$  est vraie dans toute variante en  $x$  de ce contexte.

---

<sup>2</sup>Où encore que  $\varphi$  transforme le contexte  $g$  en  $h$ .

### 1.3 Illustrations

Soit un modèle  $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ . Supposons que parmi les individus de  $\mathcal{A}$ , il y a PDRO et BAUD ; et la fonction  $F$  nous dit que PDRO est un fermier, que BAUD est un âne, et que PDRO possède et bat BAUD. Enfin,  $\mathbf{p}$  dénote PDRO et  $\mathbf{b}$  dénote BAUD.

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \mathbf{battre}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

La transition (5) réussit pour n'importe quelle assignation, du moment que dans le modèle  $\mathcal{M}$  il est vrai que  $\mathbf{p}$  (PDRO) bat  $\mathbf{b}$  (BAUD).

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \hat{\mathbf{ane}}(x) \rrbracket \emptyset \quad \text{mais} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{PDRO} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \hat{\mathbf{ane}}(x) \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{PDRO} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

La transition par  $\hat{\mathbf{ane}}(x)$  ne réussit que si le contexte d'entrée assigne à  $x$  un individu qui est bien un âne dans  $\mathcal{M}$ . Idem :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x) \rrbracket \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x) \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

En (8), le contexte a effectivement changé. En effet, pour trouver un contexte de sortie à  $\exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$  il suffit de trouver une variante du contexte d'entrée qui assigne une valeur à  $x$  qui satisfasse  $[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$  dans  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{M}$  étant ce qu'il est, on pourra toujours trouver cette variante, c'est celle qui pose  $x \mapsto \text{BAUD}$ . Et cette variante devient le contexte de sortie, à partir duquel on évaluera la suite du discours :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \wedge \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x) \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

**Conséquence :** La valeur pour  $x$  que nous a fait sélectionner  $\exists x$  reste disponible « sur la droite » de la formule, pour évaluer l'occurrence libre de  $x$ .

**Remarque :** (8) montre que, avec notre  $\mathcal{M}$ , on trouvera toujours un contexte de sortie pour  $\exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ , tout simplement parce que dans  $\mathcal{M}$  il est vrai que PDRO possède bien un âne, et donc qu'on peut assigner à  $x$  une valeur qui correspond à cet âne. Par conséquent (et c'est normal) la définition sémantique 3 ne s'applique pas à  $\neg \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$  dans  $\mathcal{M}$  : on vient de montrer qu'il existe bien une assignation  $k$  de sortie pour  $\exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ . Conclusion : quelle que soit l'assignation d'entrée, il n'existe pas d'assignation de sortie pour  $\neg \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$  (par rapport à  $\mathcal{M}$ ). Mais cela signifie alors que la règle 3, par définition, s'applique à  $\neg \neg \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)]$ . Et selon cette règle, le contexte de sortie est identique au contexte d'entrée. Comparer (8) et (10) :

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \neg \neg \exists x[\hat{\mathbf{ane}}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{p}, x)] \rrbracket \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

Cela prouve que dynamiquement  $\varphi$  et  $\neg \neg \varphi$  ne sont pas équivalentes. Car  $\varphi$  peut modifier le contexte, mais pas  $\neg \neg \varphi$ .

L'exemple (8) nous aide aussi à comprendre l'interprétation d'une implication comme (2).

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \llbracket \exists x[\hat{\text{âne}}(x) \wedge \text{poss}(\mathbf{p}, x)] \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \\ x \mapsto \text{PQUT} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x) \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{BAUD} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \\ x \mapsto \text{PQUT} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\} \parallel \left\{ \begin{array}{l} x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{BAUD} \\ z \mapsto \text{PQUT} \end{array} \right\}$$

Ici pour que la transition réussisse, on doit examiner *toutes* les assignations qui peuvent être produites en sortie de l'antécédent  $\exists x[\hat{\text{âne}}(x) \wedge \text{poss}(\mathbf{p}, x)]$  (ici on n'en a indiqué que deux, mais il peut y en avoir beaucoup d'autres); puis on évalue le conséquent  $\mathbf{battre}(\mathbf{p}, x)$  par rapport à chacune de ces assignations produites. On obtient ainsi l'effet de quantification universelle attendu : le conséquent devra être évalué et vérifié pour toutes les valeurs de  $x$  qui sont des ânes possédés par PDRO. Et globalement, l'assignation de sortie de l'implication est l'assignation d'entrée : on oublie les valeurs intermédiaires successives prises par  $x$ .

$$(12) \quad \text{Si Pedro possède un âne, il le bat. \# Il le nourrit mal.} \\ \llbracket \exists x[\hat{\text{âne}}(x) \wedge \text{poss}(\mathbf{p}, x)] \rightarrow \mathbf{battre}(\mathbf{p}, x) \rrbracket \wedge \mathbf{nourrit-mal}(x, y)$$

La portée étendue de  $\exists$  ne « sort » pas de la négation ni de l'implication.

### Définition 3 (Interprétation autonome de la quantification existentielle)

Variante de la règle 7 :

$$7'. \ g \llbracket \exists x \rrbracket h \text{ avec } g[x]h.$$

Dans ce cas, au lieu d'écrire  $\exists x\varphi$ , on écrit  $\exists x \wedge \varphi$ .

Certains auteurs utilisent ; à la place de  $\wedge$  pour bien faire apparaître l'aspect dynamique de ce connecteur.

## 2 Discourse Representation Theory (DRT) (Kamp 1981)

**Principes :** Une phrase (ou une expression) ne peut être complètement interprétée sémantiquement que dans son contexte discursif. Seul un **discours** est complètement interprétable.

Mais on peut donner à une phrase (et à un discours) une **représentation** sémantique partielle et intermédiaire : une DRS (*Discourse Representation Structure*). Ainsi les phrases, les discours et les contextes sont représentés par le même type de structure.

Interpréter une phrase revient à l'intégrer dans son contexte et ainsi à modifier ce contexte en un nouveau. De ce fait la contribution d'une phrase est une relation entre deux contextes (DRS).

### 2.1 Syntaxe

#### Définition 4 (Référents de discours)

On se donne un ensemble  $RD$  de **référents de discours**. Ce sont des symboles qui seront notés  $u, v, x, y, u_1, u_2, \dots$

Ils remplacent nos variables (ils sont très similaires).

#### Définition 5 (DRS)

Une **DRS** est un couple d'ensembles  $\langle U, C \rangle$ , où  $U$  est un ensemble de référents de discours et  $C$  un ensemble de conditions sur des référents.  $U$  est appelé l'**univers** de la DRS.

#### Notation 3 (DRS-boîtes)

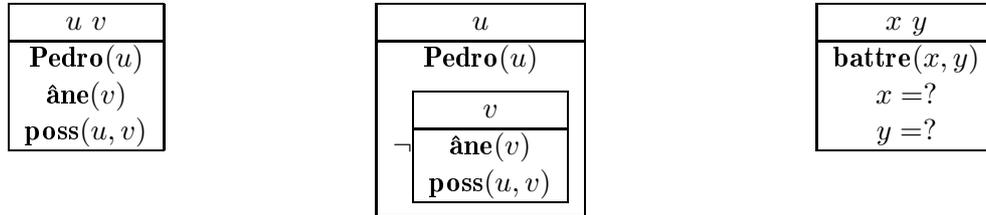
Soit  $K$  une DRS avec  $K = \langle \{u_1 ; u_2 ; \dots ; u_n\}, \{\gamma_1 ; \gamma_2 ; \dots ; \gamma_m\} \rangle$ , on peut représenter graphiquement  $K$  par la « boîte » :

$u_1$	$u_2$	$\dots$	$u_n$
$\gamma_1$			
$\gamma_2$			
$\dots$			
$\gamma_m$			

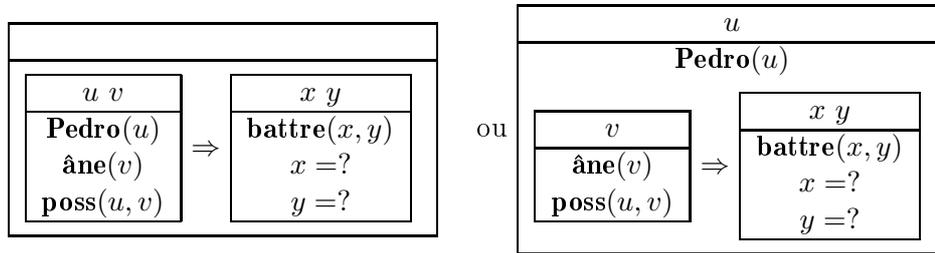
**Définition 6 (Conditions)**

1. Si  $u_1, u_2, \dots, u_n$  sont des référents de discours et si  $R$  est un symbole de prédicat  $n$ -aire, alors  $R(u_1, u_2, \dots, u_n)$  est une condition.
2. Si  $u_1$  et  $u_2$  sont des référents de discours, alors  $u_1 = u_2$  est une condition.
3. Si  $K$  est une DRS, alors  $\neg K$  est une condition.
4. Si  $K$  et  $K'$  sont des DRS, alors  $K \Rightarrow K'$  est une condition.

- (13) Pedro possède un âne.      Pedro ne possède pas d'âne.      Il le bat.

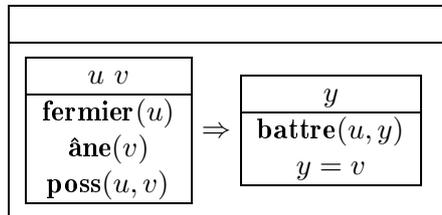


- (14) Si Pedro possède un âne, il le bat.



Les notations  $x = ?$  et  $y = ?$  ne sont pas de vraies conditions ; elles sont provisoires et devront être résolues en  $x = u$  et  $y = v$ .

- (15) Si un fermier possède un âne, il le bat.  
 Tout fermier qui possède un âne, le bat.



**Définition 7 (Subordination)**

On dit qu'une DRS  $K_1$  est immédiatement subordonnée à une DRS  $K_2$  ssi  $\neg K_1$  ou  $K_1 \Rightarrow K_3$  apparaît dans les conditions de  $K_2$  (avec  $K_3$  qui représente une DRS quelconque), ou si  $K_2 \Rightarrow K_1$  est une condition d'une DRS.

On dit que  $K_1$  est subordonnée à  $K_2$  ssi (i)  $K_1$  est immédiatement subordonnée à  $K_2$ , ou (ii) s'il existe une DRS  $K$  telle que  $K$  est subordonnée à  $K_2$  et  $K_1$  est immédiatement subordonnée à  $K$ .

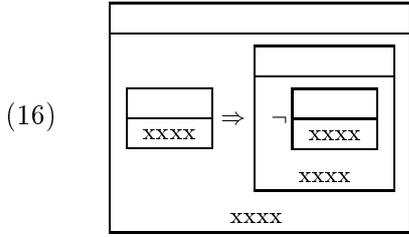
Informellement :  $K_1$  est subordonnée dans  $K_2$  si sa boîte apparaît à l'intérieur de la boîte de  $K_2$  ou à droite de la boîte de  $K_2$  après une  $\Rightarrow$ .

**Définition 8 (Règle de « correction » des DRS)**

Un référent de discours  $u$  peut apparaître dans les conditions d'une DRS  $K$  seulement si  $u$  est **accessible** aux conditions de  $K$ .

**Définition 9 (Accessibilité)**

Soit  $K$  une DRS. Un référent de discours  $u$  est accessible aux conditions de  $K$  ssi (i)  $u$  appartient à l'univers de  $K$ , ou (ii)  $u$  appartient à l'univers d'une DRS qui subordonne  $K$ .



**Résolution des anaphores.** Le référent de discours d'une anaphore doit être identifié à un (autre) référent accessible de la DRS.

Mais pour ce faire, il faut d'abord construire la DRS complète du discours (du moins jusqu'à la phrase qui contient l'anaphore).

## 2.2 Fusion de DRS

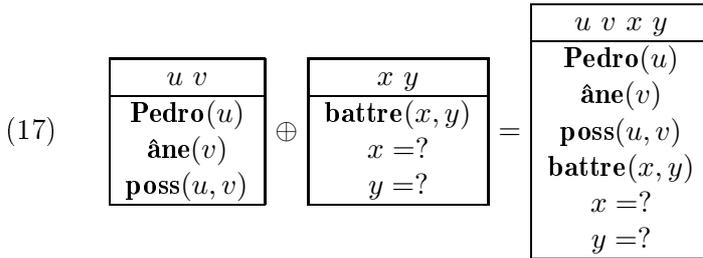
On peut construire la DRS d'une phrase<sup>3</sup>. Il faut ensuite l'intégrer dans son contexte, qui est aussi représenté par une DRS.

### Définition 10 (Fusion (*merge*) de deux DRS)

Soit  $K_1 = \langle U_1, C_1 \rangle$  et  $K_2 = \langle U_2, C_2 \rangle$  deux DRS. La fusion de  $K_2$  dans  $K_1$ , notée  $K_1 \oplus K_2$ , est définie comme suit :

$$K_1 \oplus K_2 = \langle U_1 \cup U_2, C_1 \cup C_2 \rangle$$

Exemple :



Les référents, introduits par différentes phrases, sont regroupés dans un univers qui domine les diverses conditions du discours. D'où la « portée » large de ces référents.

$K_1 \oplus K_2 = K_3$  représente une opération sur deux DRS dont le résultat est  $K_3$ . Mais on peut aussi voir la contribution de  $K_2$  (en « regroupant »  $[\oplus K_2 =]$ ) comme ce qui transforme  $K_1$  en  $K_3$ . Dynamiquement,  $K_2$  est donc bien une relation entre deux DRS.

## 2.3 Interprétation

Soit  $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$  un modèle extensionnel.

### Définition 11 (Enchâssement)

Un enchâssement  $f$  est une fonction partielle de l'ensemble des référents de discours dans  $\mathcal{A}$ .  
 $f : RD \rightarrow \mathcal{A}$

Un enchâssement est similaire à une fonction d'assignation, mais partielle.

### Définition 12 (Prolongement d'un enchâssement)

On dit qu'un enchâssement  $g$  prolonge (ou étend) l'enchâssement  $f$  si  $g$  est défini pour les mêmes référents que  $f$  et (éventuellement) pour d'autres référents, et  $g$  assigne les mêmes valeurs que  $f$  aux référents pour lesquels  $f$  est définie.

<sup>3</sup>Mais cela nécessite un dispositif d'interface syntaxe-sémantique non trivial. Ce n'est pas présenté ici. Plusieurs méthodes ont été proposées ; celle de [Kamp \(1981\)](#); [Kamp & Reyle \(1993\)](#) a été critiqué pour son manque de compositionnalité.

Autrement dit  $g$  prolonge  $f$  si  $g$  ajoute des référents à la distribution faite par  $f$ .

$$(18) \quad \text{Exemple : } f = \left\{ \begin{array}{l} u_1 \mapsto \text{HUEY} \\ u_2 \mapsto \text{DWEY} \\ u_3 \mapsto \text{LOUIE} \end{array} \right\} \text{ est prolongé par } g = \left\{ \begin{array}{l} u_1 \mapsto \text{HUEY} \\ u_2 \mapsto \text{DWEY} \\ u_3 \mapsto \text{LOUIE} \\ u_4 \mapsto \text{JUNE} \\ u_5 \mapsto \text{MAY} \end{array} \right\}$$

**Définition 13 (Vérité dans un modèle et un enchâssement)**

Soit  $\mathcal{M}$  un modèle,  $f$  un enchâssement et  $K = \langle U, C \rangle$  une DRS.

$K$  est vraie par rapport à  $\mathcal{M}$  et  $f$  (noté  $\mathcal{M}, f \models K$ ), ssi :

1.  $f$  est définie pour  $U$  ; et
2. pour chaque condition  $\gamma$  de  $C$ , on a  $\mathcal{M}, f \models \gamma$ .

Les fonctions  $f$  sont appelées des enchâssements car elles vérifient que  $U$  se projette bien sur un sous-ensemble de  $\mathcal{A}$  et que chaque condition de  $C$  est vraie dans  $\mathcal{M}$ . C'est pourquoi les DRS peuvent être vues elles-mêmes comme des modèles partiels (des sous-modèles ou « micro-modèles ») qui peuvent être (ou non) inclus (i.e. *enchâssés*) dans  $\mathcal{M}$ .

**Définition 14 (Vérification d'une condition)**

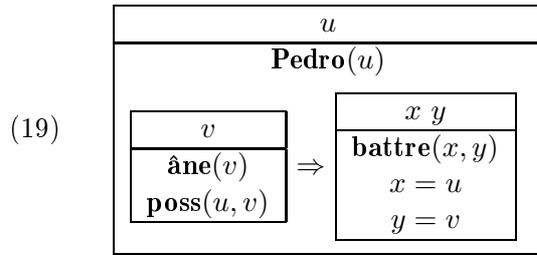
1.  $\mathcal{M}, f \models R(u_1, u_2, \dots, u_n)$  ssi  $\langle f(u_1), f(u_2), \dots, f(u_n) \rangle \in F(R)$  ;
2.  $\mathcal{M}, f \models \neg K$  ssi il n'existe pas d'enchâssement  $g$  qui prolonge  $f$  et tel que  $\mathcal{M}, g \models K$ .
3.  $\mathcal{M}, f \models K \Rightarrow K'$  ssi pour tout prolongement  $g$  de  $f$  tel que  $\mathcal{M}, g \models K$ , il existe un prolongement  $h$  de  $g$  tel que  $\mathcal{M}, h \models K'$ .

**Définition 15 (Vérité d'une DRS dans un modèle)**

$K$  est vraie dans  $\mathcal{M}$  ssi il existe au moins un enchâssement  $f$  tel que  $\mathcal{M}, f \models K$ .

C'est l'équivalent de la clôture existentielle.

**Exemple :**



Pour vérifier que (19) est vraie dans  $\mathcal{M}$ , il faut trouver (en fait construire) un enchâssement  $f$

1. qui assigne une valeur à  $u$ , tel que cette valeur est PDRO ; donc  $f = \{ u \mapsto \text{PDRO} \}$
2. et qui satisfait l'implication subordonnée dans (19) ; et  $f$  satisfait cette implication si pour tous ses prolongements  $g$  qui satisfont l'antécédent il existe un prolongement  $h$  qui satisfait le conséquent.
3. Chaque prolongement  $g$  de  $f$  sera de la forme  $g = \left\{ \begin{array}{l} u \mapsto \text{PDRO} \\ v \mapsto \text{XXX} \end{array} \right\}$  où XXX est un âne possédé par PDRO dans  $\mathcal{M}$ ,

4. et chaque prolongement  $h$  de  $g$  sera de la forme  $h = \left\{ \begin{array}{l} u \mapsto \text{PDRO} \\ v \mapsto \text{XXX} \\ x \mapsto \text{PDRO} \\ y \mapsto \text{XXX} \end{array} \right\}$  à condition que

PDRO bat effectivement l'âne XXX dans  $\mathcal{M}$ .

## Références

- Amsili, Pascal et Bras, Myriam (1998). DRT et compositionnalité. *t.a.l.*, 39(1), 131–160.
- Blackburn, Patrick et Bos, Johan (1999). Working with discourse representation structures. In *Representation and Inference for Natural Language. An Advanced Course in Computational Semantics*, vol. II. CSLI. (cf. [www.comsem.org](http://www.comsem.org)).
- van Eijck, Jan et Kamp, Hans (1997). Representing discourse in context. In J. van Benthem et A. ter Meulen (éds.), *Handbook of Logic and Language* (pp. 179–237). Amsterdam : Elsevier.
- Groenendijk, Jeroen et Stokhof, Martin (1991). Dynamic predicate logic. *Linguistics & Philosophy*, 14(1), 39–100.
- Groenendijk, Jeroen, Stokhof, Martin, et Veltman, Frank (1996). Changez le contexte! *Languages*, 123, 8–29.
- Kamp, Hans (1981). A theory of truth and semantic representation. In J. A. G. Groenendijk, T. M. V. Janssen, et M. B. J. Stokhof (éds.), *Formal Methods in the Study of Language. Part1* (pp. 277–322). Amsterdam : Mathematical Centre Tract.
- Kamp, Hans et Reyle, Uwe (1993). *From Discourse to Logic. Introduction to Modeltheoretic Semantics of Natural Language, Formal Logic and Discourse Representation Theory*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

## Annexes

### A Correspondances DRS – formules LCP

A toute DRS on peut faire correspondre une formule (statique) du calcul des prédicats :

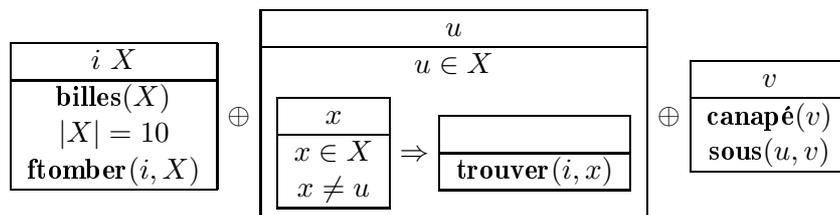
$$\begin{array}{l}
 1. \quad \boxed{\begin{array}{c} u_1 \dots u_n \\ \hline \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{array}} \rightsquigarrow \exists u_1 \dots \exists u_n [\gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_m] \\
 \\
 2. \quad \boxed{\begin{array}{c} u_1 \dots u_n \\ \hline \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} v_1 \dots v_i \\ \hline \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_j \end{array}} \rightsquigarrow \forall u_1 \dots \forall u_n [[\gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_m] \rightarrow \exists v_1 \dots \exists v_i [\delta_1 \wedge \dots \wedge \delta_j]]
 \end{array}$$

La négation de DRS correspond à une négation de formule.

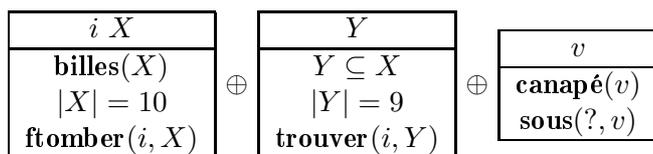
### B Exemples

#### B.1 Contexte linguistique vs. informationnel

- (20) J'ai fait tomber dix billes; je les ai toutes retrouvées sauf une. Elle doit être sous le canapé.

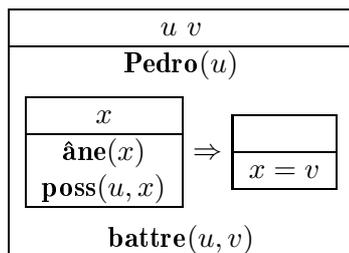


- (21) J'ai fait tomber dix billes; j'en ai retrouvé seulement neuf. # Elle doit être sous le canapé.



## B.2 Description définies

- (22) Pedro bat son âne/l'âne qu'il possède.  
 $\exists v[\forall x[[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{poss}(p, x)] \rightarrow x = v] \wedge \mathbf{battre}(p, v)]$



## C Présuppositions