DEVOIR SUR TABLE
21 octobre 2014
Durée : 1h30 heure

Il est demandé à chaque étudiant d'indiquer son adresse email sur sa copie.

Exercice 1 (6 points)
Traduire en logique modale propositionnelle un des deux discours suivants, au choix. Bien préciser ce que vous faites correspondre aux lettres de proposition utilisées. Préciser aussi quel item lexical est modal et quel « parfum » de modalité il prend dans ce contexte. Si plusieurs interprétations sont possibles, les mentionner toutes.

(1) Jean doit pouvoir résoudre ce problème mais il ne faut pas le distraire.
(2) Si Jean veut bien vous accompagner à la gare, vous devriez avoir le train de 11h.

Remarques générales

- Attention à bien associer aux lettres de proposition des propositions, cad des phrases (susceptibles d'être vraies ou fausses), mais pas un GV ou un GN.
- Mentionner toutes les expressions modales, donc bien séparer par exemple en (1) les verbes *devoir* et *pouvoir.*
- Attention à la place de la négation dans « Il ne faut pas le distraire », qui signifie « il faut ne pas le distraire ».

Discours 1
On a deux modalités dans « Jean doit pouvoir résoudre ce pb » : une modalité habilitative ou épistémique associée à *pouvoir* (Jean est capable de résoudre ce problème, Jean sait résoudre ce problème) et une modalité exprimée par *devoir,* qui peut prendre plusieurs parfums (le locuteur pense que Jean peut résoudre ce pb, il est possible que Jean parvienne à résoudre ce problème…). Quand au second conjoint, *il ne faut pas le distraire,* il indique une condition nécessaire. Il faut donc faire attention à la position de la négation, qui en surface porte sur la modalité, mais en réalité est dans la portée de la modalité. Ce qui est dit, c'est que pour que Jean parvienne à résoudre ce problème il faut qu'il ne soit pas distrait. Il s'agit d'une modalité déontique ou téléologique.
On peut donc poser p = Jean résoud ce problème et q= Jean est distrait.
On aura alors : $\Diamond\Diamond p \wedge \Box\neg q$.
Noter que les deux occurrences de $\Diamond$ ne sont pas interprétées de la même façon.
Du coup, on pourrait avoir, si on veut souligner les différences de parfums de modalités : : $\Diamond Kp \wedge \Box\neg q$.

Autre idée : traduire « il ne faut pas » comme une condition nécessaire. Il est nécessaire qu'on ne distrait pas Jean pour qu'il soit possible qu'il puisse résoudre ce problème. D'où la formule $q \rightarrow \neg\Diamond Kp$ ou encore $\Diamond Kp \rightarrow \neg q$

Discours 2
On a de la modalité boulétique, exprimée par *veut bien,* et de la modalité épistémique exprimée par *devriez.*
On peut donc poser p = Jean vous accompagne et q = vous avez le train de 11h.
On aura alors : $\Box p \rightarrow \Box q$.

Attention, dans cette formule, les deux $\Box$ n'ont pas le même sens.

Exercice 2 (6 points)
On pose p = Jean est dans son bureau et q = Jean répond au téléphone. Proposer une traduction « naturelle » de la formule suivante :
$\neg\Diamond q \rightarrow \neg p$

Quelques réponses possibles :

- *Si Jean ne peut pas répondre au téléphone, c'est qu'il n'est pas dans son bureau.*
- *Si Jean est dans son bureau, il peut répondre au téléphone.*
- *Il faut que Jean ne soit pas dans son bureau pour qu'il ne puisse pas répondre au téléphone.*
- *La seule chose qui puisse expliquer que Jean ne réponde pas au téléphone, c'est qu'il ne soit pas dans son bureau.*

RQ : De façon générale, quand une implication relie deux propositions sans que la première soit la cause de la seconde, on a une explication et il est plus naturel de dire « si… c'est que… » plutôt que « si… alors… ».

Exercice 3 (8 points)
Soit le modèle $\mathcal{M}= <W,\mathcal{R},\mathcal{V}>$ tel que

$W=\{w1, w2, w3, w4, w5\}$

$\mathcal{R}= \{(w1,w2), (w1,w3), (w2,w4), (w3,w5)\}$

$\mathcal{V}(p) = \{w4\}$ $\quad \mathcal{V}(q) = \{w5\}$

a) Proposer une représentation graphique de ce modèle.

$$\begin{array}{ccc} & w1 & \\ \swarrow & & \searrow \\ w2 & & w3 \\ \downarrow & & \downarrow \\ w4 & & w5 \\ p & & q \end{array}$$

b) Vérifier si les formules suivantes sont valides dans $\mathcal{M}$. Justifiez vos réponses à chaque fois.

$w1 \models p \qquad w1 \models \Box p \qquad w1 \models \Diamond\Box p \qquad w1 \models \Box\Diamond (p\vee q)$

$w1 \not\models p$ car on n'a pas $w1 \in \mathcal{V}(p)$

$w1 \not\models \Box p$ car w1Rw2 et on n'a pas $w2 \in \mathcal{V}(p)$

$w1 \models \Diamond\Box p$ car il y a un monde accessible depuis w1 qui vérifie $\Box p$. C'est w2. En effet, il n'y a qu'un monde accessible depuis w2, c'est w4, et dans le monde w4, p est vrai. Donc $w2 \models \Box p$ et $w1 \models \Diamond\Box p$.

$w1 \models \Box\Diamond (p\vee q)$ car dans tous les mondes accessibles depuis w1 (cad w2 et w3) on a $\Diamond (p\vee q)$. En effet, $w2 \models \Diamond p$ (il suffit d'aller en w4) et $w3 \models \Diamond q$ (il suffit d'aller en w5).

c) Montrer que la formule $\Box\Diamond p$ n'est pas vérifiée en w1.

w1|≠ □◊p car on a bien w2|= ◊p mais on n'a pas w3|= ◊p. Il n'y a pas de monde accessible depuis w3 dans lequel p est vrai.

d) On veut changer le modèle $\mathcal{M}$ pour que w1|= □◊p.

(i) Proposer de modifier la valuation $\mathcal{V}$ pour que w1|= □◊p.

Il suffit d'ajouter p dans w5 cad de changer $\mathcal{V}$ comme suit $\mathcal{V}$ (p)= {w4,w5}

(ii) Proposer de modifier la relation d'accessibilité $\mathcal{R}$ pour que w1|= □◊p.

Il suffit de faire en sorte que w3 ne soit plus accessible depuis w1. $\mathcal{R}$= {(w1,w2), (w2,w4), (w3,w5)}.

Une autre solution serait d'ajouter w4 aux mondes accessibles depuis w3. $\mathcal{R}$= {(w1,w2), (w1,w3), (w2,w4), (w3,w4), (w3,w5)}.